

LAS TABLAS ASTRONÓMICAS ISLÁMICAS EN AL-ÁNDALUS: EL *SINDHIND ZIY* DE AL-JUARIZMI

Benno van Dalen¹

Introducción

La primera mención de la existencia de tablas astronómicas islámicas en al-Ándalus aparece en el *al-Muqtabis* del famoso historiador andalusí Ibn al-Hayyan al-Qurtubi ('el Cordobés', 1076). En él refiere que el poeta y astrólogo 'Abbas ibn Nasih trajo a Córdoba desde Bagdad una serie de obras científicas para el emir 'Abd al-Rahman II (r. 822-852), cuatro de las cuales se pueden considerar manuales de astronomía con tablas, a saber: *Kitab al-Zijy*, *Qanun*, *Sindhind* y *Arkand*.² No obstante, para poder identificar de manera fiable dichas obras, debemos rastrear la historia de las tablas astronómicas hasta la Grecia antigua y la India.

Las obras del famoso científico griego Claudio Ptolomeo (fl. c. 125-170 e. c. en Alejandría, actualmente en Egipto) sobre astronomía, astrología, geografía y óptica tuvieron una grandísima influencia; fueron traducidas al árabe, al latín y al siríaco, y se siguieron usando hasta el Renacimiento. En materia de astronomía matemática, Ptolomeo mejoró significativamente los modelos geométricos relativos a los movimientos de la Luna y de los cinco planetas visibles a simple vista que habían desarrollado sus predecesores griegos Apolonio e Hiparco. Elaboró modelos que permitían calcular la posición del Sol, la Luna y los planetas, los periodos de retrogradación de los cinco planetas y las fechas y magnitudes de los eclipses solares y lunares con la suficiente precisión para cualquiera que ejerciera como astrónomo o astrólogo. Además, para que estos se librasen de la obligación de hacer ellos mismos unos cálculos trigonométricos largos y complejos, Ptolomeo concibió una serie de tablas astronómicas que permitían al usuario calcular los valores astronómicos y astrológicos necesarios por medio de un conjunto de sumas y restas sencillas y ocasionalmente una multiplicación fácil en sistema sexagesimal, por un número de 1 a 60.³

Ptolomeo escribió dos obras mayores de astronomía, aparte de otras menores. En el *Almagesto* recogía todos los detalles de los nuevos modelos planetarios que había desarrollado, la forma de determinar los parámetros en que se basaban dichos modelos partiendo de la observación de los fenómenos celestes y los méto-

1 Proyecto *Ptolemaeus Arabus et Latinus*, Bavarian Academy of Sciences and Humanities, Alfons-Goppel-Str. 11, 80539 Múnich, Alemania. Las secciones segunda a cuarta de este artículo son la traducción de una versión actualizada de la primera parte del artículo Benno van Dalen (1996). «Al-Khwarizmi's Astronomical Tables Revisited: Analysis of the Equation of Time», en *Josep Casulleras y Julio Samsó (eds.). From Baghdad to Barcelona: Studies in the Islamic exact sciences in honour of Prof. Juan Vernet*, 2 vols., Barcelona: Universitat de Barcelona, vol. 1, pp. 195-252.

2 Véase Miquel Forcada (2004). «Astronomy, Astrology and the Sciences of the Ancients in Early al-Andalus (2nd/8th-9th/9th centuries)», *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften* 16, pp. 20-21 y Julio Samsó (2011). *Las ciencias de los antiguos en al-Ándalus. Segunda edición con addenda y corrigenda a cargo de Julio Samsó y Miquel Forcada*. Almería: Fundación Ibn Tufayl de Estudios Árabes, pp. 49-56 y 458-459.

3 Para consultar una explicación divulgativa de los modelos y tablas planetarias de Ptolomeo en el contexto de la astronomía premoderna, véase por ejemplo Carlos Dorce (2006). *Ptolomeo. El astrónomo de los círculos*. Tres Cantos: Nivola; y James Evans (1998). *The History and Practice of Ancient Astronomy*. Nueva York: Oxford University Press.

dos para calcular las tablas en base a dichos modelos.⁴ Las *Tablas manuales*, en cambio, era una obra mucho más compacta y suponía un manual de uso práctico que solo recogía las tablas necesarias y unos breves textos explicativos. Las obras de Ptolomeo se empezaron a conocer en el mundo árabe entre finales del siglo VIII y principios del IX. Al igual que otras muchas obras científicas griegas, fueron traducidas del griego al árabe, traducción auspiciada en particular por uno de los más ardientes defensores de las ciencias en el periodo temprano islámico, el califa al-Ma'mun (813-833). El *Almagesto* (conocido en árabe como *al-Mayisti*) siguió considerándose una obra de la mayor importancia durante siglos, por las exhaustivas explicaciones teóricas que aportaba. Fueron numerosos los astrónomos islámicos de la época tardía que lo comentaron; desde mediados del siglo XIII en adelante, el comentario más influyente fue el de Nasir al-Din al-Tusi, *Tahrir al-Mayisti* ('Revisión del Almagesto'), que se cita en cientos de manuscritos.

En cuanto a las *Tablas manuales* (en árabe llamadas *al-Qanun*), unos 700 años después de que fueran compiladas ya se reconoció que su uso era limitado. Los astrónomos islámicos se percataron de que los parámetros en los que se basaban las tablas de Ptolomeo o bien eran inexactos desde el principio, o bien habían quedado obsoletos con el paso de los siglos. Por consiguiente, durante el reinado del califa al-Ma'mun empezaron a construir instrumentos astronómicos y a llevar a cabo amplios programas de observación para determinar los valores actualizados de los parámetros astronómicos fundamentales. En base a dichos parámetros nuevos, elaboraron manuales con tablas que seguían el modelo de las *Tablas manuales*. Conocidos como *zīj*, esos manuales se convirtieron en una importante categoría de la literatura científica islámica, que incorporó muchos avances de calado en matemática y astronomía teórica y práctica. Una de las primeras obras de este tipo, conocida como *Mumtahan Zīj* ('Tablas astronómicas verificadas') estaba dedicada a al-Ma'mun poco antes de su muerte en el año 833 e. c. Entre el 800 y el 1900 e. c. se compilaban en el mundo islámico más de 200 *zīj* en árabe y persa, pero solo unos pocos de los 100 que se conservan han sido publicados completos o estudiados al detalle.⁵

Especialmente hasta el año 1000, no se puede decir que la astronomía ptolemaica no tuviera rival. Hubo muchos sabios persas activos en la corte de los califas abasíes en la Bagdad del siglo VIII, adonde trajeron tratados persas de astronomía, por ejemplo el *Zīk-i Shatro-ayar*, llamado *Shah Zīj* en su traducción al árabe. Al-Hashimi menciona en *El libro de las razones de los zīj*, importante libro sobre la

4 Gerald J. Toomer tradujo el *Almagesto* al inglés. Véase Gerald J. Toomer (1984). *Ptolemy's Almagest*. Londres: Duckworth. Se puede encontrar una explicación completa de su contenido en Olaf Pedersen (1974). *A Survey of the Almagest*, Odense: Odense University Press. Edición revisada con anotaciones y comentarios de Alexander Jones (1998). Nueva York: Springer.

5 El estudio de referencia de los *zīj* en árabe y persa es de Edward S. Kennedy (1956). «A Survey of Islamic Astronomical Tables», *Transactions of the American Philosophical Society*, New Series 46/2, pp. 123-177. Véase también David A. King y Julio Samsó (2001). «Astronomical Handbooks and Tables from the Islamic World (750-1900): an Interim Report», *Suhayl*, 2, pp. 9-105, una actualización del mismo. Para la etimología del término *zīj*, véase Raymond P. Mercier (2000). «From Tantra to Zij», en Menso Folkerts y Richard P. Lorch (eds.). *Sic itur ad astra. Studien zur Geschichte der Mathematik und Naturwissenschaften. Festschrift für den Arabisten Paul Kunitzsch zum 70. Geburtstag*. Wiesbaden: Harrassowitz, pp. 451-460. Reimpreso en Raymond Mercier (2004). *Studies on the Transmission of Medieval Mathematical Astronomy*. Aldershot, Reino Unido/Burlington, VT (Ashgate): Routledge, cap. IV.

astronomía en el periodo islámico temprano, que dicha obra se revisó en base al «Arkand». En las *Crónicas de la India* de al-Biruni queda patente que este último era una traducción del sánscrito *Jandajadyaka*, escrito por el astrónomo indio del siglo VII Brahmagupta. El uso del *Shah Ziy* por parte de los astrólogos islámicos se puede detectar en varios horóscopos tempranos, y también se pueden rastrear sus métodos y parámetros en otras obras de astronomía, como los *ziy*.

En torno al año 772, una embajada de Sindh (actualmente Pakistán) visitó Bagdad trayendo consigo varios libros de astronomía en sánscrito.⁶ La astronomía india usaba las relaciones entre periodos para hallar los movimientos medios de los planetas en base a las supuestas grandes conjunciones de todos los planetas que se producían recurrentemente al cabo de un periodo determinado de millones de años. Además, determinó las ecuaciones de los planetas en base a modelos geométricos preptolemaicos sencillos,⁷ que suponían distintas formas de calcular las ecuaciones y de aplicarlas a los movimientos medios. Dado que la transmisión oral desempeñaba un papel muy importante en el subcontinente indio, las obras de astronomía en sánscrito solían enumerar los valores resultantes en forma de texto, a menudo en verso, en lugar de usar tablas como en la astronomía ptolemaica o islámica.

Con ayuda de un sabio indio que formaba parte de la embajada, los astrónomos islámicos al-Fazari y Ya'qub ibn Tariq tradujeron al árabe el *Brahmasphutasiddhanta* escrita por el astrónomo indio del siglo VII Brahmagupta. Dicha traducción se conocía como *Sindhind Ziy*, donde «sindhind» es probablemente una versión deformada del término sánscrito «siddhanta» ('manual de astronomía'). Durante unos tres siglos, los astrónomos islámicos escribieron *ziy* basados en los métodos del *Sindhind*, paralelamente a los que se basaban en los modelos planetarios de Ptolomeo. La más conocida de esas obras es la única que se ha conservado más o menos completa, a saber, el *Sindhind Ziy* que fue escrito para el califa al-Ma'mun por Muhammad ibn Musa al-Juarizmi, un matemático, astrónomo y geógrafo de ascendencia persa. Como vamos a ver, su obra no recoge meramente los conocimientos indios, sino que también incluye influencias significativas de la astronomía persa y ptolemaica.

Ahora podemos identificar al menos tres de las cuatro obras que cita Ibn al-Hayyan. El *Qanun* se refería probablemente a las *Tablas manuales* de Ptolomeo, y *Sindhind* y *Arkand* eran las traducciones árabes de dos obras indias de astronomía escritas por Brahmagupta o reelaboraciones de las mismas. La indicación *Kitab al-Ziy* ('Libro de tablas astronómicas') es muy genérica, pero siendo a mediados del siglo IX, lo más probable es que se refiriese al citado *Mumtahan Ziy*, del que se sabe que estuvo al alcance de autores posteriores del mundo islámico occidental. Aparentemente, la compilación de nuevas series de tablas astronómicas en al-Ándalus no comenzó sino a finales del siglo X. Abu l-Qasim Maslama ibn Ahmad al-Mayriti reformuló el *Sindhind Ziy* de al-Juarizmi y añadió varias tablas astrológicas para su

6 Véase David Pingree (1968). «The Fragments of the Works of Ya'qub ibn Tariq», *Journal of Near Eastern Studies*, 27, pp. 97-125; y David Pingree (1970). «The Fragments of the Works of al-Fazari», *Journal of Near Eastern Studies*, 29, pp. 103-123.

7 En astronomía, el término «ecuación» se refiere a la diferencia que hay entre el lugar o movimiento medio y el verdadero o aparente de un astro (N. de la T.).

propia ciudad, Córdoba, incrementando por consiguiente la complejidad de una mezcla de elementos indios, persas y ptolemaicos que ya era de por sí confusa en el *zīj* original. Varios discípulos de Maslama escribieron igualmente, en el siglo XI, obras basadas en el *Sindhind Zīj*. Este, junto con el *Sabi' Zīj* del famoso observador al-Battani [Albatagnius] de Raqqa,⁸ constituían los principales materiales disponibles para el grupo de astrónomos activos en el Toledo de mediados del siglo XI bajo el cadí Sa'íd al-Andalusi. El más talentoso de ellos era al-Zarqalluh [Azarquiel], que sentó las bases para los siguientes avances en astronomía tanto en el mundo islámico occidental como en el medievo latino.⁹ Gracias a décadas de observaciones precisas, no solo mejoró los parámetros solares y lunares, sino que también desarrolló modelos en los que ciertos valores, como la oblicuidad de la eclíptica, la excentricidad del Sol y la precesión, se convertían en variables con periodos de varios cientos de años. La mayoría de los *zīj* que se escribieron en al-Ándalus y en el Magreb a lo largo de los 300 años siguientes se basaban en los trabajos de Ibn al-Zarqalluh y respetaban sus características principales. Por otra parte, las llamadas *Tablas de Toledo* fueron muy populares en Europa durante varios siglos, y aún continúan en más de un centenar de manuscritos. Aún no se ha aclarado el origen exacto de las *Tablas de Toledo*, pero tienen en cuenta parámetros solares de al-Zarqalluh y una mezcla de las tablas del *Sindhind Zīj* de al-Juarizmi y del *Sabi' Zīj* de al-Battani. Como resultado de ello, durante varios siglos la astronomía india también ocupó un lugar en Europa junto a la ptolemaica.

Como hemos visto, el *Sindhind Zīj* de al-Juarizmi con su mezcla de características indias, persas y ptolemaicas, desempeñó un papel fundamental en el desarrollo de la astronomía islámica en al-Ándalus. En el resto de este artículo voy a resumir lo que sabemos de la vida y obra de al-Juarizmi y a citar una lista de las principales fuentes que contienen información sobre su *zīj*. A continuación ofreceré una visión general de las tablas del *zīj* y las dividiré en categorías en función de su origen, proporcionando las referencias exhaustivas de las publicaciones en las que se describieron, analizaron y explicaron dichas tablas.

Vida y obra de Al-Juarizmi

Abu Ya'far Muhammad ibn Musa al-Juarizmi vivió en la primera mitad del siglo IX e. c.¹⁰ Su nombre indica que sus ancestros vinieron de Corasmia, una

8 Sobre al-Battani y su *zīj*, véanse los artículos de Carlo Alfonso Nallino, en *Encyclopaedia of Islam* [E1²] (1960-2004). Leiden: Brill; «al-Battani», por Willy Hartner en *Dictionary of Scientific Biography* [DSB] (1970-1980), 14 vol. y 2 suplementos. Nueva York: Charles Scribner's Sons; y «Battani» por Benno van Dalen, en *Thomas A. Hockey, Virginia Trimble y Katherine Bracher (eds.) (2007). The Biographical Encyclopedia of Astronomers* [BEA]. Nueva York: Springer (2ª ed. en 4 vols., 2014). El título de su *zīj* sugiere que al-Battani seguía las prácticas religiosas astrales del sabeísmo de Harran, actualmente en el sur de Turquía.

9 Para un análisis exhaustivo de las actividades astronómicas en Toledo y su influencia, véase Samsó (2011). *Las ciencias de los antiguos en al-Ándalus. Segunda edición con addenda y corrigenda a cargo de Julio Samsó y Miquel Forcada*. Op. Cit., pp. 144-240 y 481-495. Sobre al-Zarqalluh/al-Zarqali en particular, véanse los artículos: «al-Zarqali» por Juan Vernet (DSB. Op. Cit.); «al-Zarkali» por Julio Samsó (E1². Op. Cit.); «Zarqali» por Roser Puig (BEA. Op. Cit.).

10 La mayor parte de la información que ofrezco a continuación está tomada del artículo «al-Khwarizmi» de Gerald J. Toomer (DSB. Op. Cit.). Para consultar referencias más exhaustivas e información biográfica y bibliográfica,

región al sur del mar de Aral. Según el historiador al-Tabari (Bagdad, 839-923 e. c.), el propio al-Juarizmi procedía de Qutrubbul, un suburbio de Bagdad.

Al-Juarizmi ejerció como matemático, astrónomo y geógrafo en Bagdad durante los reinados de los califas abasíes al-Ma'mun (813-833), al-Mu'tasim (833-842) y al-Wathiq (842-847). Durante el reinado de al-Ma'mun se convirtió en miembro de la «Casa de la Sabiduría», una institución científica que recibía gran apoyo del califa. Las obras de álgebra y astronomía de Al-Juarizmi están dedicadas a al-Ma'mun y, por consiguiente es probable que fueran escritas antes del año 833. En su tratado sobre el sistema de numeración indio, cita el tratado de álgebra, por tanto debe de ser posterior; su tratado sobre el calendario judío ofrece un ejemplo referido al año 823-824. La datación de las demás obras de al-Juarizmi que se han conservado —un importante libro de geografía, una crónica, un tratado sobre el cuadrante solar y dos tratados sobre el astrolabio— es más problemática.

Las obras de Al-Juarizmi tuvieron una gran influencia tanto en el mundo árabe como en la Europa medieval. Su trabajo sobre álgebra *al Kitab al mujtasar fi hisab al jabr wa l muqabala* ('Compendio de cálculo por reintegración y comparación') se usó como manual de aprendizaje durante varios siglos y sirvió como arquetipo para tratados sobre álgebra de autores posteriores. La traducción al latín de su obra sentó la base para el desarrollo del álgebra en Europa, y el propio nombre de la disciplina se derivó de su título.

La traducción al latín de la obra de al-Juarizmi sobre aritmética en base al sistema de numeración indio, cuyo texto original en árabe no se ha conservado, fue el punto de partida para una serie de trabajos europeos sobre aritmética en los siglos XII y XIII. En los títulos de muchas de esas obras figuraba la versión latina del nombre de al-Juarizmi, «Algorismus», de donde se deriva el término «algoritmo».

La obra magna de astronomía de al-Juarizmi se titula *Sindhind Ziy*. Está basada en gran medida en los métodos indios y toma muchos valores de parámetros del *Sindhind*, una traducción al árabe (realizada en torno al año 770 por al-Fazari) del *Brahmasphutasiddhanta*. Tomó otros elementos del *Shah Ziy*, así como del *Jandajadyaka*. Había dos versiones del *Sindhind Ziy*: una larga, que incluía explicaciones de los modelos usados, y una corta, que contenía solo las tablas y las indicaciones para su uso. No se conserva el original árabe de ninguna de las dos, como tampoco el persa. La versión corta se conoció en España en el siglo IX; el matemático y astrónomo

véanse los artículos: «al-Khwarizmi» por Juan Vernet (E1². *Op. Cit.*); Fuat Sezgin (1971-2015). *Geschichte des arabischen Schrifttums*. Leiden: Brill/Frankfurt am Main: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, vol. 5, pp. 228-241, vol. 6, pp. 140-143, vol. 7, pp. 128-129 y vol. 13, pp. 237-239; B. A. Rosenfeld y Ekmeleddin Ihsanoglu (2003). *Mathematicians, Astronomers, and Other Scholars of Islamic Civilization and Their Works (7th-19th c.)*. Estambul: IRCICA, pp. 21-26; «al-Khwarizmi» por Sonja Brentjes (BEA. *Op. Cit.*). Sobre otras obras suyas aparte del *Sindhind Ziy*, véanse Edward Rosen (1831). *The Algebra of Mohammed ben Musa*, Londres: Oriental Translation Fund (sobre algebra); Hans von Mzik (1926). *Das Kitab Surat al-Ard des Abu Ga'far Muhammad ibn Musa al-Huwarizmi*. Leipzig: Harrassowitz, y Carlo Alfonso Nallino (1944). «Al-Khwarizmi e il suo rifacimento della Geografia di Tolomeo», *Raccolta di scritti editi e inediti*, vol. 5, pp. 458-532 (sobre geografía). Sobre el calendario judío véase Edward S. Kennedy (1964). «Al-Khwarizmi on the Jewish Calendar», *Scripta Mathematica*, 27, pp. 55-59. Reimpreso en Edward S. Kennedy (1983). *Studies in the Islamic Exact Sciences*. Beirut: American University of Beirut, pp. 661-665. Y sobre aritmética a Menso Folkerts (1997). *Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach al-Huwarizmi*. München: Bayerische Akademie der Wissenschaften.

musulmán Abu l-Qasim Maslama ibn Ahmad al-Faradi al-Mayriti, que trabajaba en Córdoba, escribió una versión revisada en el siglo X.¹¹ Según el historiador y astrónomo del siglo XI Sa'id al-Andalusi, lo que hizo al-Mayriti fue convertir las tablas planetarias del ζ_{ij} de al-Juarizmi del calendario persa al árabe y adaptar algunas de ellas a la longitud geográfica de Córdoba. La versión revisada de al-Mayriti solo nos ha llegado a través de una traducción al latín realizada en el siglo XII por Abelardo de Bath, que constituye la fuente principal para el estudio de las tablas astronómicas de al-Juarizmi.

Fuentes para el estudio de las tablas astronómicas de al-Juarizmi

Para el estudio del *Sindhind* ζ_{ij} de al-Juarizmi, están disponibles las siguientes fuentes primarias:¹²

1. La traducción al latín por Abelardo de Bath de la versión revisada por al-Mayriti de la versión corta del ζ_{ij} de al-Juarizmi. Dicha traducción se conserva en nueve manuscritos, algunos de los cuales fueron reformulados por Petrus Alfonsi y Roberto de Chester; algunos solo contienen fragmentos. La relación entre tales manuscritos fue comentada exhaustivamente por Mercier,¹³ que incluye una lista de los manuscritos en las notas 9 y 10 de la p. 89. Para su edición con comentarios de 1914, Suter se basó en los siguientes manuscritos: Chartres-Bibliothèque publique n° 214 (173), Madrid-Biblioteca Nacional n° 10016, Oxford-Bodleian Library Cod. Auct. F. I. 9 (Bernard n° 4137) y París-Bibliothèque Mazarine n° 3642 (1258). Neugebauer (1962) tradujo al inglés la versión latina del ζ_{ij} de al-Juarizmi, añadiendo comentarios que ofrecían muchas percepciones nuevas sobre la estructura matemática y el origen de las tablas. En su libro incluyó una edición completa del manuscrito de Oxford-Corpus Christi College Ms. 283, con su traducción. Pedersen estableció que el conjunto de leyes astronómicas del ma-

11 Al-Mayriti es conocido por su obra de aritmética para el comercio, *Mu'amatat*, y fue el primer astrónomo andalusí que realizó él mismo sus propias observaciones astronómicas. Sus discípulos, entre los que se cuentan Ibn al-Saffar, Ibn al-Samh, 'Amr ibn 'Abd al-Rahman al-Kirmani e Ibn Bargut, fueron matemáticos y astrónomos influyentes en toda España. Para más información, véanse los artículos «al-Majriti» (DSB. *Op. Cit.*) y «al-Madjriti», por Juan Vernet (Ei². *Op. Cit.*); Fuat Sezgin (1971-2015). *Geschichte des arabischen Schrifttums*. *Op. Cit.*, vol. 5, pp. 334-335 y vol. 6, pp. 226-227; B. A. Rosenfeld y Ekmeleddin Ihsanoglu (2003). *Mathematicians, Astronomers, and Other Scholars of Islamic Civilization and Their Works (7th-19th c.)*. *Op. Cit.*, p. 106; y «Majriti» por Josep Casulleras (BEA. *Op. Cit.*). Véase también Juan Vernet y M. A. Catalá (1965). «Las obras matemáticas de Maslama de Madrid», *al-Ándalus*, 30, pp. 15-45. Reimpresa en Juan Vernet (1979). *Estudios sobre historia de la ciencia medieval*. Barcelona: Bellaterra, pp. 241-271; y Julio Samsó (2011). *Las ciencias de los antiguos en al-Ándalus. Segunda edición con addenda y corrigenda a cargo de Julio Samsó y Miquel Forcada*. *Op. Cit.*, pp. 75-110 y 465-473.

12 En las fuentes secundarias indicadas se puede encontrar información más detallada sobre los siguientes manuscritos.

13 Raymond P. Mercier (1987). «Astronomical Tables in the Twelfth Century», en Charles Burnett (ed.). *Adelard of Bath. An English Scientist and Arabist of the Early Twelfth Century*. Londres: Warburg Institute, pp. 87-118. Reimpreso en Raymond Mercier (2004). *Studies on the Transmission of Medieval Mathematical Astronomy*. Aldershot, UK / Burlington, VT (Ashgate), cap. VII.

- nuscrito latino Oxford-Merton College 259 es muy cercana al *ziy* original de al-Juarizmi.¹⁴
2. Comentario de la versión larga del *ziy* de al-Juarizmi por Ibn al-Mutanna. El original en árabe de esta obra del siglo x se ha perdido. Se conserva en cambio una traducción al latín de Hugo Sanctallensis en los manuscritos Oxford-Bodleian Library Arch. Selden B 34, Oxford-Bodleian Library Savile 15, y Cambridge-Gonville and Caius College 456. Por otra parte, se pueden encontrar dos traducciones al hebreo, una de las cuales la realizó Ibn Ezra, en los manuscritos Parma-Biblioteca Palatina 2636 (De Rossi 212) y Oxford-Bodleian Library Ms. Michael 400. La traducción al latín fue editada en Millás Vendrell, y las versiones en hebreo editadas y traducidas en Goldstein.¹⁵
 3. Comentario del *ziy* de al-Juarizmi por Ibn Masrur. Este comentario del siglo x, titulado *Kitab 'ilal al-ziyat* ('Libro de los fundamentos de los *ziy*'), se puede consultar como Cairo-Taymur Math. 99,¹⁶ pero no se ha publicado. Kennedy y Ukashah consultaron dicho manuscrito para su investigación sobre las tablas de latitudes planetarias de al-Juarizmi,¹⁷ y King para su investigación sobre las tablas de visibilidad de las fases lunares.¹⁸
 4. Las *Tablas de Toledo*. Fueron escritas por el astrónomo andalusí Ibn al-Zarqalluh (Azarquiel) en el siglo xi. El manuscrito árabe original se ha perdido, pero se conservan diversas versiones en latín tanto de las tablas como de los textos explicativos en más de un centenar de manuscritos diseminados por toda Europa occidental. Algunos de esos manuscritos contienen varias tablas del *ziy* original de al-Juarizmi, incluso en ciertos casos tablas que no se encuentran en la versión revisada de al-Mayriti. Las *Tablas de Toledo* fueron descritas en Zinner y Millás Vallicrosa,¹⁹ y fueron analizadas exhaustivamente por

14 Fritz S. Pedersen (1992). «Al-Khwarizmi's astronomical Rules: yet Another Latin Version?», *Cahiers de l'institut du moyen-âge grec et latin*, 62, pp. 31-75.

15 Eduardo Millás Vendrell (1963). *El comentario de ibn al-Mutanna' a las tablas astronómicas de al-Juarizmi*. Madrid/Barcelona: Asociación para la Historia de la Ciencia Española; las versiones en hebreo fueron editadas y traducidas en Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Eduardo Millás Vendrell (1963)*. *El comentario de ibn al-Mutanna' a las tablas astronómicas de al-Juarizmi*. New Haven: Yale University Press.

16 David A. King (1986). *A Survey of the Scientific Manuscripts in the Egyptian National Library*. Winona Lake, Indiana: American Research Center in Egypt, n° B37, p. 38.

17 Edward S. Kennedy y Walid Ukashah (1969). «Al-Khwarizmi's Planetary Latitude Tables», *Centaurus*, 14, pp. 86-96. Reimpreso en Edward S. Kennedy (1983). *Studies in the Islamic Exact Sciences. Op. Cit.*, pp. 125-135.

18 David A. King (1987). «Some Early Islamic Tables for Determining Lunar Crescent Visibility», en David A. King y George A. Saliba (eds.). *From Deferant to Equant: a Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of Edward S. Kennedy*. Nueva York: Nueva York Academy of Sciences, pp. 185-225. Reimpreso en David A. King (1993). *Astronomy in the Service of Islam*, cap. II. Aldershot, Reino Unido: Variorum.

19 Ernst Zinner (1935). «Die Tafeln von Toledo», *Osiris*, 1, pp. 747-774; y José María Millás Vallicrosa (1943-1950). *Estudios sobre Azarquiel*. Madrid/Barcelona: Instituto Miguel Asín, Escuelas de Estudios Árabes de Madrid y Granada, pp. 22-71.

Toomer en 1968.²⁰ Más tarde, F. S. Pedersen publicó una edición completa del texto y las tablas.²¹

No se conserva el comentario del *ẓij* de al-Juarizmi que realizó al-Farghani y que citan tanto al-Biruni como Ibn al-Mutanna. Algunas de las tablas del único manuscrito completo conservado del *Sabi' ẓij* de al-Battani (Escorial árabe 908) figuran explícitamente atribuidas a Maslama al-Mayriti, y por consiguiente se pueden usar para identificar las partes añadidas por este último en la traducción al latín del *ẓij* de al-Juarizmi.²² En el *Kitab 'ilal al-ziyat* ('Libro de los fundamentos de los Ziy') de 'Ali ibn Sulayman al-Hashimi («al-Hashimi»)²³ se puede encontrar valiosa información acerca de la transmisión de conocimientos astronómicos indios y persas a Bagdad en el siglo VIII.²⁴

Las fuentes secundarias más importantes relacionadas con el *Sindhind ẓij* de al-Juarizmi ya se han mencionado más arriba. Se han publicado muchos artículos sobre tablas del *ẓij* en particular; sus referencias las mencionamos donde correspondan en el análisis de las tablas que exponemos a continuación.

Conclusiones sobre las tablas astronómicas de al Juarizmi

En esta sección resumo las conclusiones más importantes relativas a la estructura matemática y al origen de las tablas que figuran en la versión revisada de al-Mayriti del *Sindhind ẓij* de al-Juarizmi. La referencia de cada tabla o grupo de tablas se refiere a los números de las tablas en la edición de Suter de 1914 (en tablas que muestran distintas funciones, se indican las columnas a las que se hace referencia);²⁵ además, se indican los números de página correspondientes en la traducción y comentario de Neugebauer de 1962 y en la edición del comentario de Ibn al-Mutanna realizada por Goldstein en 1967.²⁶ En dichas publicaciones podrá encontrar el lector descripciones técnicas completas de las funciones que muestran las tablas del *ẓij* de al-Juarizmi. Solo se indican referencias a fuentes secundarias para conclusiones que no se hayan podido encontrar en una de las tres fuentes primarias mencionadas. Las tablas se enumeran en el orden en que

20 Gerald J. Toomer (1968). «A Survey of the Toledan Tables», *Osiris*, 15, pp. 5-174.

21 Fritz S. Pedersen (2002). *The Toledan Tables. A review of the manuscripts and the textual versions with an edition*. Copenhagen: Reitzels.

22 Carlo Alfonso Nallino (1899-1907). *Al-Battani sive Albatanii opus astronomicum*. Milán: Pubblicazioni del Reale Osservatorio di Brera in Milano, vol. 2, pp. 300 y ss.

23 Véase 'Ali ibn Sulayman Al-Hashimi (1981). *The Book of the Reasons behind Astronomical Tables (Kitab 'ilal al-ziyat)*. Edición facsimil, traducción de Fuad I. Haddad y Edward S. Kennedy, comentario de David Pingree y Edward S. Kennedy. Nueva York: Delmar, pp. 231-234.

24 Dicha información fue analizada por David Pingree (1968). *The Thousands of Abu Ma'shar*. Londres: Warburg Institute; David Pingree (1968). «The Fragments of the Works of Ya'qub ibn Tariq», *Journal of Near Eastern Studies*. *Op. Cit.*; y David Pingree (1970). «The Fragments of the Works of al-Fazari», *Journal of Near Eastern Studies*. *Op. Cit.*

25 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Copenhagen: Kongelige Danske Videnskabernes Selskab.

26 Véanse Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with Commentaries of the Latin version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College MS, 283*. Copenhagen: Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab; y en la edición del comentario de Ibn al-Mutanna en Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Kharizmi*. *Op. Cit.*

figuran en la edición de Suter. Nótese que las tablas 57b (multiplicación de fracciones de dígitos sexagesimales) y 116 («casas, jueces y decanos») se han dejado aparte porque no estaban calculadas matemáticamente. Las tablas de al-Juarizmi para medir el tiempo, para establecer la alquibla y para la construcción de cuadrantes solares y astrolabios, que no formaban parte de su *ziy*, están descritas por David A. King.²⁷

Tablas cronológicas²⁸

Al igual que la mayoría de los manuales islámicos de astronomía, el *ziy* original de al-Juarizmi contenía una serie de tablas cronológicas similares a las que figuran en la traducción al latín de la versión revisada de al-Mayriti. Este hizo algunas pequeñas modificaciones a las tablas para los *notae*.²⁹ Además, aunque mantuvo la misma época y el comienzo del año (1 de octubre) del calendario bizantino, pasó el día intercalado del final de febrero al final de diciembre.

Movimientos medios³⁰

Las tablas de movimientos medios originales de al-Juarizmi estaban calculadas para el calendario persa y la era *Yazdigird*. Se basaban en la teoría india de los movimientos medios, que presupone que en el momento de la creación, todos los planetas, así como sus apogeos y nodos, tenían una posición media igual a 0° Aries. Probablemente, los valores originales de movimientos medios de al-Juarizmi tenían una precisión de tercios sexagesimales,³¹ y estaban calculados para el meridiano de Uyyain en la India central (llamado Arin en las fuentes árabes).

Según Sa'id al-Andalusi, al-Mayriti adaptó las tablas de movimientos medios de al-Juarizmi al calendario árabe. De hecho, las tablas de movimientos medios que se han conservado en la traducción al latín del *Ziy* de al-Juarizmi se basan en el calendario árabe y están calculadas para el meridiano de Arin. Se puede demostrar que muchas de las tablas concuerdan con la teoría india de las relaciones entre periodos que aparece en las obras de Brahmagupta.³²

27 David A. King (1983). *Al-Khwarizmi and New Trends in Mathematical Astronomy in the Ninth Century*. Nueva York: Nueva York University, Hagop Kevorkian Center for Near Eastern Studies.

28 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. *Op. Cit.*, T. 1-3a; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with Commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. *Op. Cit.*, pp. 82-89; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. *Op. Cit.*, pp. 16-25.

29 Días de la semana en que empiezan los años y los meses. Véanse *Ibidem*, p. 88 y 'Ali ibn Sulayman al-Hashimi (1981). *The Book of the Reasons behind Astronomical Tables (Kitab 'ilal al-ziyat)*. *Op. Cit.*, pp. 231-234.

30 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. *Op. Cit.*, T. 4-20; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. *Op. Cit.*, pp. 90-95; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. *Op. Cit.*, pp. 26-28 y 190-191.

31 *Ibidem*, pp. 28 y 152.

32 Véase Johann Jakob Burckhardt (1961). *Die mittleren Bewegungen der Planeten im Tafelwerk des Khwarizmi*, *Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich* 106, pp. 213-231; y Gerald J. Toomer (1964). «Review of O. Neugebauer, "The Astronomical Tables of al-Khwarizmi", Copenhagen 1962», *Centaurus*, 10, pp. 207-

Ecuación del sol³³

Ibn al-Mutanna apenas da información sobre la tabla de ecuación del Sol del *zīj* original de al-Juarizmi. No obstante, hay pocas dudas de que la tabla de la versión revisada de al-Mayriti se deriva de la de al-Juarizmi. Dicha tabla está calculada de acuerdo con el llamado *método de las declinaciones* descrito por al-Biruni,³⁴ mientras que los astrónomos indios usaban el *método de los senos*.³⁵ Dado que Ibn al-Qifti afirma que al-Juarizmi tomó sus ecuaciones planetarias de «los persas», parece plausible que el método de las declinaciones se derive del *Shah Zīj*. La ecuación máxima del Sol de al-Mayriti, $2^{\circ}14'$, aparece tanto en el *Jandajadyaka*,³⁶ como en el *Shah Zīj*.³⁷ Su valor de $77^{\circ}55'$ para la longitud del apogeo del Sol concuerda con el sistema de movimientos medios que usaba Brahmagupta.³⁸ Neugebauer,³⁹ además, descubrió que la pequeña tabla que recoge la posición media del Sol a su entrada en los signos zodiacales se basa en esos mismos valores de excentricidad y longitud del apogeo.⁴⁰ En la versión revisada de al-Mayriti, la tabla de ecuación del Sol *no* estaba calculada mediante la interpolación lineal de valores para múltiplos de $3\frac{3}{4}^{\circ}$, como sugería al-Mutanna.⁴¹

Ecuación de la Luna⁴²

En la versión revisada de al-Mayriti solo figura una tabla de ecuación de la Luna. Al igual que la de ecuación del Sol, esta tabla estaba calculada siguiendo el *método de las declinaciones* y refleja el mismo valor máximo ($4^{\circ}56'$) que el *Jandajadyaka* (que usa en cambio el *método de los senos*) y que el *Shah Zīj*. No se detecta ninguna traza de interpolación lineal. La ecuación es probablemente de origen persa.⁴³

208; véase también Raymond P. Mercier (1987). «Astronomical Tables in the Twelfth Century», en Charles Burnett (ed.). *Adelard of Bath. An English Scientist and Arabist of the Early Twelfth Century*. Op. Cit., pp. 90-92.

- 33 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., col. 3, T. 21-26; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 19-21 y 95-96.
- 34 Edward S. Kennedy y Ahmad Muruwwa (1958). «Biruni on the Solar Equation», *Journal of Near Eastern Studies*, 17, p. 118. Reimpreso en Edward S. Kennedy (1983). *Studies in the Islamic Exact Sciences*. Op. Cit., pp. 603-612.
- 35 Una ecuación planetaria q calculada mediante el «método de los senos» se formularía: $q(x) = q_{\max} \cdot \sin x$, donde q_{\max} es la ecuación máxima. Una ecuación calculada mediante el «método de las declinaciones» se formularía: $q(x) = q_{\max} \cdot \delta(x) / \varepsilon$, donde δ representa la declinación del Sol para una oblicuidad de la eclíptica ε .
- 36 Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., p. 96.
- 37 Edward S. Kennedy y Bartel L. van der Waerden (1963). «The World Year of the Persians», *Journal of the American Oriental Society*, 83, pp. 326. Reimpreso en Edward S. Kennedy (1983). *Studies in the Islamic Exact Sciences*. Op. Cit. pp. 338-350.
- 38 David Pingree (1965). «The Persian "Observation" of the Solar Apogee in ca. A.D. 450», *Journal of Near Eastern Studies*, 24, pp. 334-336.
- 39 Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 90, 91.
- 40 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., T. 4.
- 41 Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 42-43.
- 42 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., col. 4, T. 21-26; y Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with Commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 21 y 96.
- 43 Nótese que Brahmagupta, por ejemplo, aplica una segunda corrección al movimiento medio de la Luna, que se

Declinación del Sol⁴⁴

El *zīj* original de al-Juarizmi contenía dos tablas dedicadas a la declinación del Sol. En una de ellas, seguía a Ptolomeo, aunque reemplazaba el valor de la oblicuidad $23^{\circ}51'20''$ usado tanto en el *Almagesto* como en las *Tablas manuales*, por $23^{\circ}51'0''$. En la otra tabla seguía la tradición india reflejando diferencias entre los valores de declinación y «declinación versa» para múltiplos de 15° en base a un valor de oblicuidad de 24° . La versión revisada de al-Mayriti solo contiene la tabla ptolemaica, pero las *Tablas de Toledo* incluyen tanto la tabla ptolemaica,⁴⁵ como los valores indios, referidos en el texto explicativo.⁴⁶

Latitud de la Luna⁴⁷

En la tabla que figura en la versión revisada de al-Mayriti, la latitud de la Luna está calculada siguiendo el «método de los senos» y tiene un valor máximo de $4^{\circ}30'$. Esto concuerda tanto con los comentarios de Ibn al-Mutanna como de Ibn Masrur.⁴⁸ Esa misma latitud máxima de la Luna se puede encontrar en fuentes indias como el *Suryasiddhanta* y el *Jandajadyaka*,⁴⁹ y según Ibn Yunus, también en el *Shah zīj*.⁵⁰

Ecuaciones de los planetas⁵¹

El cálculo de las posiciones planetarias verdaderas que, según Ibn al-Mutanna, realizó al-Juarizmi, se basa en métodos indios que explicó exhaustivamente Neugebauer.⁵² Las tablas e instrucciones en la versión revisada de al-Mayriti con-

deriva de la ecuación del Sol. Véase Prabodh Chandra Sengupta (1934). *The Khandakhadyaka. An Astronomical Treatise of Brahmagupta*. Calcuta: University of Calcutta, pp. 21-22.

- 44 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., col. 5, T. 21-26; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 96-97; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 49 y 64-66.
- 45 Junto con la tabla de senos para un radio de 150; véase Gerald J. Toomer (1968). «A Survey of the Toledan Tables», Op. Cit., pp. 27-28; y Fritz S. Pedersen (2002). *The Toledan Tables. A review of the manuscripts and the textual versions with an edition*. Op. Cit., vol. 3, pp. 946-952.
- 46 José María Millás Vallicrosa (1943-1950). *Estudios sobre Azarquiel*. Op. Cit., pp. 43-45.
- 47 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., col. 6, T. 21-26; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 97-98; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 89-92 y 211-213.
- 48 Edward S. Kennedy y Walid Ukashah (1969). «Al-Khwarizmi's Planetary Latitude Tables». Op. Cit., pp. 95-96.
- 49 Prabodh Chandra Sengupta (1934). *The Khandakhadyaka. An Astronomical Treatise of Brahmagupta*. Op. Cit., p. 32.
- 50 Jean Baptiste Joseph Delambre (1819). *Histoire de l'astronomie du Moyen Âge*. Paris: Courcier. Reimpresión: Nueva York y Londres: Johnson Reprint Corporation, pp. 138-139.
- 51 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., cols. 3 a 5, T. 27-56; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 22-30 y 98-101; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 30-45 y 192-198.
- 52 Otto E. Neugebauer (1956). «Transmission of Planetary Theories in Ancient and Medieval Astronomy», *Scripta Mathematica*, 22, pp. 165-192.

cuerdan con dichos métodos. Las ecuaciones máximas son muy conformes a las del *Shah Z̧ij*, según lo refieren Ibn Hibinta y al-Biruni.⁵³ Las ecuaciones del centro están calculadas siguiendo el «método de los senos» usando la interpolación lineal entre intervalos de 15° .⁵⁴ Las ecuaciones de la anomalía corresponden al modelo simple excéntrico y por consiguiente se formulan: $\tan q(x) = e \cdot \sin x / (60 + e \cdot \cos x)$, donde q es la ecuación y e la excentricidad. Las longitudes constantes de los apogeos planetarios implícitas en la columna de «apogeo modificado» y confirmadas en el texto explicativo de Ibn al-Mutanna concuerdan con los valores calculados a partir del *Jandajadyaka*.⁵⁵

Estaciones de los planetas⁵⁶

Tanto la teoría como las tablas de estaciones de los planetas en la versión revisada de al-Mayriti son ptolemaicas. Ibn al-Mutanna confirma su presencia entre las tablas de ecuaciones de los planetas en el *z̧ij* original de al-Juarizmi. Los valores de las tablas se aproximan a los de las *Tablas manuales*, pero no siempre son idénticos. En las *Tablas de Toledo* figuran estas mismas tablas para las estaciones de los planetas.⁵⁷

Latitudes de los planetas⁵⁸

Las leyes de determinación de las latitudes de los planetas que utiliza al-Juarizmi y que están recogidas en los comentarios de Ibn Masrur e Ibn al-Mutanna, así como en la versión revisada de al-Mayriti, son de origen indio. Las latitudes máximas mencionadas en los comentarios son las mismas que figuran en las tablas de al-Mayriti y en fuentes indias como el *Suryasiddhanta* y el *Jandajadyaka*. Las tablas de segunda latitud (col. 8) están calculadas en base al «método de los senos» y tienen una precisión al segundo. Las tablas de primera latitud (col. 7) no concuerdan del todo con las leyes indias. Toomer sugiere que podría ser el resultado de un error de al-Mayriti al reemplazar por 60 el valor 150 del radio del círculo de referencia (véase más abajo el apartado sobre la tabla de senos).⁵⁹ Sin embargo, Kennedy y

53 Edward S. Kennedy (1956). *A Survey of Islamic Astronomical Tables*. *Op. Cit.*, pp. 170-172.

54 En la ecuación del centro para Marte, se puede descubrir el uso de dos valores adicionales calculados independientemente para las variables $82\frac{1}{2}^\circ$ y $97\frac{1}{2}^\circ$.

55 Gerald J. Toomer (1964). «Review of O. Neugebauer, "The Astronomical Tables of al-Khwarizmi", Copenhagen 1962». *Op. Cit.*, p. 207. Véase también Raymond P. Mercier (1987). «Astronomical Tables in the Twelfth Century», en Charles Burnett (ed.). *Adelard of Bath. An English Scientist and Arabist of the Early Twelfth Century*. *Op. Cit.*, pp. 91-94.

56 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. *Op. Cit.*, col. 6, T. 27-56; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. *Op. Cit.*, pp. 30-31 y 101; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. *Op. Cit.*, pp. 45-49 y 198.

57 Gerald J. Toomer (1968). «A Survey of the Toledan Tables», *Op. Cit.*, p. 60; Fritz S. Pedersen (2002). *The Toledan Tables. A review of the manuscripts and the textual versions with an edition*. *Op. Cit.*, vol. 4, pp. 1259 y ss, esp. p. 1262.

58 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. *Op. Cit.*, cols. 7 y 8, T. 27-56; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. *Op. Cit.*, pp. 34-41 y 101-103; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. *Op. Cit.*, pp. 92-94 y 213-215.

59 Gerald J. Toomer (1964). «Review of O. Neugebauer, "The Astronomical Tables of al-Khwarizmi",

Ukashah demostraron que las tablas son conformes a la explicación errónea de las leyes indias que ofrecen Ibn Masrur e Ibn al-Mutanna en sus comentarios.⁶⁰ Las longitudes constantes de los nodos planetarios reseñadas en los títulos de las tablas concuerdan con cálculos basados en el *Jandajadyaka*.⁶¹ Las tablas de latitudes de los planetas de al-Mayriti figuran también en las *Tablas de Toledo*.⁶²

Visibilidad de la Luna⁶³

Por los comentarios de Ibn al-Mutanna e Ibn Masrur no es posible certificar la existencia de una tabla de visibilidad de la Luna en el *zīj* original de al-Juarizmi. Sin embargo, en varias fuentes se puede encontrar una tabla atribuida a al-Juarizmi.⁶⁴ Es demostrable que dicha tabla sigue los criterios indios de visibilidad, con una oblicuidad de la eclíptica de $23^{\circ}51'$ y una latitud geográfica de 33° . La tabla que figura en la versión revisada de al-Mayriti, que es diferente, fue estudiada por Kennedy y Janjanian, y por King.⁶⁵ El análisis sistemático de Hogendijk concluyó que la tabla se basaba en los criterios indios de visibilidad,⁶⁶ con una oblicuidad de la eclíptica de $23^{\circ}35'$ y una latitud de $41^{\circ}35'$ o bien con una oblicuidad de la eclíptica de $23^{\circ}51'$ y una latitud de $41^{\circ}10'$.

Tabla de senos⁶⁷

El *zīj* original de al-Juarizmi contiene valores de senos y senos versos para las llamadas *kardayas* ('secciones', múltiplos de 15 grados), que se calculaban para un radio del círculo de referencia igual a 150'. Tales valores se derivan de fuentes

Copenhagen 1962». *Op. Cit.*, pp. 205-206.

60 Edward S. Kennedy y Walid Ukashah (1969). «Al-Khwarizmi's Planetary Latitude Tables». *Op. Cit.*

61 Gerald J. Toomer (1964). «Review of O. Neugebauer, "The Astronomical Tables of al-Khwarizmi", Copenhagen 1962». *Op. Cit.*, p. 207.

62 Gerald J. Toomer (1968). «A Survey of the Toledan Tables», *Op. Cit.*, pp. 69-70; Fritz S. Pedersen (2002). *The Toledan Tables. A review of the manuscripts and the textual versions with an edition. Op. Cit.*, vol. 4, pp. 1309-1321.

63 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath. Op. Cit.*, T. 57^a; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283. Op. Cit.*, pp. 42-44 y 103; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Op. Cit.*, pp. 96-104 y 218-225.

64 David A. King (1987). «Some Early Islamic Tables for Determining Lunar Crescent Visibility», en David A. King y George A. Saliba (eds.). *From Deferant to Equant: a Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of Edward S. Kennedy*. Nueva York: Nueva York Academy of Sciences, pp. 189-192.

65 Edward S. Kennedy y Mardiros Janjanian (1965). «The Crescent Visibility Table in al-Khwarizmi's *zīj*», *Centaurus*, 11, pp. 73-78. Reimpreso en Edward S. Kennedy (1983). *Studies in the Islamic Exact Sciences. Op. Cit.*, pp. 151-156; y por David A. King (1987). «Some Early Islamic Tables for Determining Lunar Crescent Visibility», en David A. King y George A. Saliba (eds.). *From Deferant to Equant: a Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy. Op. Cit.*, pp. 192-197.

66 Jan P. Hogendijk (1988). «Three Islamic Lunar Crescent Visibility Tables», *Journal for the History of Astronomy*, 19, pp. 32-35.

67 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath. Op. Cit.*, T. 58-58^a; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283. Op. Cit.*, p. 104; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Op. Cit.*, pp. 49-62.

indias,⁶⁸ y también se mencionan en el texto explicativo de las *Tablas de Toledo*.⁶⁹ Según el comentario de Ibn al-Mutanna, los valores intermedios para grados en números enteros debían completarse por medio de la interpolación. Hogendijk descubrió cómo pudo hacer eso al-Juarizmi.⁷⁰ Se percató de que una tabla para una función llamada «seno de las horas», que figura al final del manuscrito conservado en Berlín del tratado sobre el astrolabio de al-Juarizmi, se basa en los valores indios de senos para *kardayas* y en un tipo especial de interpolación lineal.

La tabla de senos en la versión revisada de al-Mayriti se basa en un radio de 60 y parece ser, por consiguiente, un añadido posterior. Sin embargo, McCarthy y Byrne han apuntado que Ibn al-Mutanna se refiere a dos tablas incongruentes para el seno y la declinación del Sol en el *Sindhind Zīj*,⁷¹ por lo que es posible que la tabla basada en un radio de 60 también se derive del propio al-Juarizmi. Bjørnbo ya había apuntado que esa tabla estaba calculada dividiendo por dos los valores de las cuerdas de Ptolomeo y redondeando a la baja el resultado al segundo dígito fraccional sexagesimal.⁷²

Ascensión recta⁷³

Ibn al-Mutanna afirma que el *zīj* original de al-Juarizmi contenía una tabla con la ascensión recta para cada grado de la eclíptica empezando en Capricornio, siguiendo por tanto las *Tablas manuales* de Ptolomeo. La tabla de la versión

68 Véase, por ejemplo, el «Jandajadyaka», en Prabhodh Chandra Sengupta (1934). *The Khandakhadyaka. An Astronomical Treatise of Brahmagupta*. Op. Cit., p. 32.

69 José María Millás Vallicrosa (1943-1950). *Estudios sobre Azarquiel*. Op. Cit., pp. 43-44.

70 Jan P. Hogendijk (1991). «Al-Khwarizmi's Table of the "Sine of the Hours" and the Underlying Sine Table», *Historia Scientiarum*, 42, pp. 1-12.

71 Daniel P. McCarthy y John G. Byrne (2003). «Al-Khwarizmi's Sine Tables and a Western Table with the Hindu Norm of $R=150$ », *Archive for History of Exact Sciences*, 57, pp. 243-266.

72 Véase Axel Anthon Bjørnbo (1909). «Al-Khwarizmi's trigonometriske Tavler», en *Festskrift til H. G. Zeuthen fra Venner og Elever i Anledning af hans 70 Aars Fødselsdag*, 15. Februar 1909. København: F. Høst og Søn, pp. 12-13. En Benno van Dalen (1996). «Al-Khwarizmi's Astronomical Tables Revisited: Analysis of the Equation of Time», en Josep Casulleras y Julio Samsó (eds.). *From Baghdad to Barcelona: Studies in the Islamic exact sciences in honour of Prof. Juan Vernet*. Op. Cit., pp. 195-252, afirmó que la tabla de senos en la versión revisada de al-Mayriti del *Sindhind Zīj* es diferente de la tabla de senos para un radio de 60 que figura en las *Tablas de Toledo*, pues el número de diferencias entre las dos tablas —que no pueden atribuirse a erratas del escriba— es lo bastante elevado como para pensar que dichas tablas se calcularon independientemente. Véase Gerald J. Toomer (1968). «A Survey of the Toledan Tables», Op. Cit., p. 29. Las *Tablas de Toledo* contienen también una tabla de senos para un radio de 150 (Ibidem, p. 27; Fritz S. Pedersen (2002). *The Toledan Tables. A review of the manuscripts and the textual versions with an edition*. Op. Cit., vol. 3, pp. 946-952), que es prácticamente idéntica a la tabla que figura en un manuscrito latino con tablas para Newminster (Inglaterra) que ya fueron publicadas por Otto E. Neugebauer y Olaf Schmidt (1952). «Hindu Astronomy at Newminster in 1428», *Annals of Science*, 8, pp. 226-227. Partiendo del hecho de que casi todos los valores de dicha tabla acaban en 0, 2, 5 o 7, concluí que se había calculado en base a una tabla de senos para un radio de 60, multiplicando los valores por 2,5, posiblemente con el fin de establecer un conjunto de tablas para determinar la ascensión oblicua en base a los valores de los parámetros empleados por al-Juarizmi (véase más abajo). Se puede ver que la tabla de senos subyacente para un radio de 60 es distinta de la que figura en la versión revisada de al-Mayriti. Daniel P. McCarthy y John G. Byrne (2003). «Al-Khwarizmi's Sine Tables and a Western Table with the Hindu Norm of $R=150$ », *Archive for History of Exact Sciences*. Op. Cit., también corroboraron dichas conclusiones.

73 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., T. 59-59b; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 46-48 y 104-105; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 69-76 y pp. 202-204.

revisada de al-Mayriti, cuyos valores tienen una precisión al segundo, también comienza en Capricornio y, al igual que la tabla de declinación del Sol, está basada en un valor de oblicuidad de $23^{\circ}51'0''$. Nuestra conclusión es que es muy probable que se trate de una tabla original de al-Juarizmi.

Ascensión oblicua⁷⁴

Ni el *ziy* original de al-Juarizmi ni la versión revisada de al-Mayriti contienen una tabla de ascensión oblicua. En lugar de eso, tanto en el comentario de Ibn al-Mutanna como en la versión revisada de al-Mayriti se explica cómo calcular los tiempos de salida partiendo de una tabla de ascensión recta, una tabla de longitud de la sombra para un *gnomon* que mida $G=12$ unidades, una tabla de «disminución de los tiempos de salida para toda la Tierra» que muestre $R \cdot \tan \delta / G$ (donde R es el radio del círculo de referencia y δ la declinación del Sol), y la interpolación inversa en una tabla de senos para el radio R . Esas leyes son de origen indio y se pueden encontrar también en las *Tablas de Toledo*. En las tablas donde se requiere, la versión revisada de al-Mayriti contiene la ascensión recta (para el valor de oblicuidad de al-Juarizmi de $23^{\circ}51'0''$), la longitud de la sombra (para $G=12$), y el seno (para $R=60$ en lugar del $R=150$ de al-Juarizmi), pero omite la tabla de disminuciones. En las *Tablas de Toledo*,⁷⁵ encontramos una tabla para $R \cdot \tan \delta / G$ que, como demostró Lesley,⁷⁶ se basaba en $R=150$, $G=12$ y $23^{\circ}51'0''$ de oblicuidad.⁷⁷ En el comentario de Ibn al-Mutanna se mencionan tres valores de la tabla de al-Juarizmi para $R \cdot \tan \delta / G$.⁷⁸ Dado que las *Tablas de Toledo* reflejan los mismos valores (pasando por alto un par de erratas del escriba), probablemente se trata de una tabla original de al-Juarizmi.

Longitud de la sombra (cotangente)⁷⁹

En el comentario de Ibn al-Mutanna queda claro que en el *ziy* original de al-Juarizmi se describe detalladamente el cálculo de la longitud de la sombra proyectada por un *gnomon*. No obstante, no se menciona en ningún momento una tabla a tal efecto. Ibn al-Mutanna afirma que al-Juarizmi tomó como longitud del *gnomon* 12 unidades, cosa que concuerda con la tabla de la cotangente en la versión revisada

74 Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 48-55; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 76-81 y pp. 204-206.

75 Gerald J. Toomer (1968). «A Survey of the Toledan Tables», Op. Cit., p. 33; Fritz S. Pedersen (2002). *The Toledan Tables. A review of the manuscripts and the textual versions with an edition*. Op. Cit., vol. 3, pp. 86-988.

76 Mark Lesley (1957). «Biruni on Rising Times and Daylight Lengths», *Centaurus*, 5, pp. 121-141. Reimpreso en Edward S. Kennedy (1983). *Studies in the Islamic Exact Sciences*. Op. Cit., pp. 125-127.

77 Esta misma tabla figura en el manuscrito latino con tablas para Newminster mencionado en la nota 10; véase Otto E. Neugebauer y Olaf Schmidt (1952). «Hindu Astronomy at Newminster in 1428», *Annals of Science*. Op. Cit., p. 226.

78 Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., p. 80; Eduardo Millás Vendrell (1963). *El comentario de ibn al-Mutanna' a las tablas astronómicas de al-Juarizmi*. Op. Cit., p. 145.

79 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., T. 60; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., p. 105; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 87-89.

de al-Mayriti. Dado que muchos *zīj* islámicos contenían una tabla de cotangente para un *gnomon* de 12 unidades, es posible, sin embargo, que esa tabla sea un añadido posterior. En mi opinión, los valores de cotangente de la versión revisada de al-Mayriti fueron calculados independientemente de los del *zīj* de al-Battani y los de las *Tablas de Toledo*.

Movimientos verdaderos de la Luna y el Sol⁸⁰

Suter demostró que la tabla de movimientos verdaderos de la Luna y el Sol y de los radios aparentes del Sol, la Luna y la sombra concuerdan con las leyes que establece el *Jandajadyaka* y recoge el comentario de Ibn al-Mutanna.⁸¹

Ecuación del tiempo⁸²

En el comentario de Ibn al-Mutanna no se menciona la ecuación del tiempo. Al-Hashimi ofrece una descripción ptolemaica del cálculo de la ecuación del tiempo y afirma que ese mismo método se empleó en el *Shah Zīj* y en los *Zīj* de al-Juarizmi y Abu Ma'shar.⁸³ No da valores de los parámetros ni otros detalles sobre el método de cómputo, y no menciona tablas para la ecuación del tiempo en las obras citadas.

La versión revisada de al-Mayriti del *Zīj* de al-Juarizmi contiene una tabla para la ecuación del tiempo con valores con una precisión al segundo para una hora por cada grado de longitud solar. De las instrucciones de uso de dicha tabla se deduce que la variable de la función es la longitud verdadera del Sol y que, para obtener el tiempo solar verdadero, se deben sumar siempre los valores de ecuación del tiempo al tiempo solar medio.⁸⁴ La ecuación del tiempo, tal y como se recoge en una tabla en la versión revisada de al-Mayriti, es típicamente ptolemaica; los astrónomos indios solo corregían el componente de velocidad del Sol, y por consiguiente obtenían una senoide en lugar de una función con cuatro valores extremos locales. En un artículo de 1996 demostré que la tabla de ecuación del tiempo de al-Juarizmi se basa en el valor ptolemaico redondeado de $23^{\circ}51'0''$ de oblicuidad de la eclíptica, el valor ptolemaico de $2^{\circ}30'$ de excentricidad del Sol (que no concuerda con la tabla de ecuación del Sol de al-Juarizmi) y una longitud del apogeo del Sol de $82^{\circ}39'$, que se asocia a los

80 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., T. 61-66; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 57-63 y 105-107; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 94-96, 104-109, 216-217 y 226-230.

81 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., p. 90.

82 *Ibidem*, T. 67-68; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 63-65 y 107-108.

83 'Ali ibn Sulayman Al-Hashimi (1981). *The Book of the Reasons behind Astronomical Tables (Kitab 'ilal al-zijāt)*. Op. Cit., pp. 156-157 y p. 279.

84 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., p. 25; y Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 61-62.

astrónomos que trabajaban para el califa al-Ma'mun (c. 830 e. c.).⁸⁵ La denominada «era constante» se escogió de manera que la ecuación mínima fuera exactamente $0^m 0^s$, igual que en las *Tablas manuales* de Ptolomeo.

Oposiciones y conjunciones medias⁸⁶

Las tablas de oposiciones y conjunciones medias en la versión revisada de al-Mayriti están calculadas para una duración del mes sinódico medio muy próxima al valor indio referido por al-Biruni. Dado que las tablas se basan en el calendario árabe y, según se afirma, están calculadas para la longitud geográfica de Córdoba, es probable que al-Mayriti las modificase. La diferencia en longitud geográfica entre las tablas de oposiciones y conjunciones medias y las de movimientos medios es de aproximadamente 63° . Esto supone la primera aparición (implícita) del «meridiano de agua», que fue usado en particular por los geógrafos y astrónomos andalusíes y del Magreb occidental.⁸⁷ Las tablas de oposiciones y conjunciones medias de las *Tablas de Toledo* están basadas en valores de parámetros diferentes de los que usa al-Mayriti en su versión revisada.⁸⁸

Eclipses lunares⁸⁹

La organización de las tablas de eclipses en la versión revisada de al-Mayriti es completamente ptolemaica. Sin embargo, Neugebauer descubrió que la tabla de eclipses lunares en el apogeo era la única que podía estar basada en los valores de los parámetros de Ptolomeo: las tablas para los otros tres casos se basan en los valores indios de $4^\circ 30'$ de latitud máxima de la Luna. Las tablas de eclipse lunar en la versión revisada de al-Mayriti son idénticas a las que figuran en las *Tablas de Toledo*.⁹⁰

85 Benno van Dalen (1996). «Al-Khwarizmi's Astronomical Tables Revisited: Analysis of the Equation of Time», en *Josep Casulleras y Julio Samsó (eds.) From Baghdad to Barcelona: Studies in the Islamic exact sciences in honour of Prof. Juan Vernet. Op. Cit.*, pp. 195-252.

86 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath. Op. Cit.*, T. 69-72; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283. Op. Cit.*, pp. 108-115; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Op. Cit.*, pp. 94 y 216.

87 Mercè Comes (1992-1994). «The "Meridian of Water" in the Tables of Geographical Coordinates of al-Andalus and North Africa», *Journal for the History of Arabic Science*, 10, pp. 43-44.

88 Gerald J. Toomer (1968). «A Survey of the Toledan Tables», *Op. Cit.*, pp. 78-81; Fritz S. Pedersen (2002). *The Toledan Tables. A review of the manuscripts and the textual versions with an edition. Op. Cit.*, vol. 4, pp. 1327-1340.

89 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath. Op. Cit.*, T. 73-76; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283. Op. Cit.*, pp. 66-69 y 116-120; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Op. Cit.*, pp. 109-120 y 231-235.

90 Gerald J. Toomer (1968). «A Survey of the Toledan Tables», *Op. Cit.*, pp. 91-93; Fritz S. Pedersen (2002). *The Toledan Tables. A review of the manuscripts and the textual versions with an edition. Op. Cit.*, vol. 4, pp. 1463-1471.

Paralaje⁹¹

Las tablas de paralaje y el texto explicativo de la versión revisada de al-Mayriti se derivan del *zīj* original de al-Juarizmi. Kennedy demostró que el componente de latitud concuerda perfectamente con la teoría del paralaje del *Suryasiddhanta*.⁹² El componente de longitud contiene igualmente elementos indios (en particular, el valor 24° para la oblicuidad de la eclíptica), pero está calculada siguiendo un procedimiento iterativo descrito por Habash al Hasib (Bagdad, c. 830).

Eclipses solares⁹³

Pedersen señaló que en el manuscrito de las *Tablas de Toledo* se encuentra una tabla de al-Juarizmi que muestra las magnitudes de los eclipses solares que no figura en la versión revisada de al-Mayriti.⁹⁴ Véase, más arriba, la sección relativa a los eclipses lunares.

Ecuación de las casas⁹⁵

El comentario de Ibn al-Mutanna describe el método para calcular la ecuación de las casas, pero no menciona que en el *zīj* original de al-Juarizmi hubiera una tabla a tal efecto. La teoría en la que se basa la tabla de la versión revisada de al-Mayriti es ptolemaica.⁹⁶ Se basa en unos parámetros de $23^\circ 35'$ de oblicuidad de la eclíptica y aproximadamente $38^\circ 43'$ de latitud geográfica.⁹⁷ Por consiguiente, lo más probable es que fuera un añadido de al-Mayriti. En las *Tablas de Toledo* figura la misma tabla.⁹⁸

Proyección de rayos⁹⁹

- 91 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., T. 77-77a; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 69-76 y 121-126; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 121-130 y 236-238.
- 92 Edward S. Kennedy (1956). «Parallax Theory in Islamic Astronomy», *Isis*, 47, pp. 33-53. Reimpreso en Edward S. Kennedy (1983). *Studies in the Islamic Exact Sciences*. Op. Cit., pp. 164-184.
- 93 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., T. 78; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 73-76 y 126-128; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 120-142 y 236-241.
- 94 Fritz S. Pedersen (1993). «Addendum on Al-Khwarizmi: a Table Found?», *Cahiers de l'institut du Moyen-Age grec et latin*, 63, p. 312.
- 95 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., T. 79-90; Otto E. Neugebauer (1962). *The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283*. Op. Cit., pp. 78 y 128-129; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi*. Op. Cit., pp. 84-86 y 209-210.
- 96 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath*. Op. Cit., pp. 96-98.
- 97 Gerald J. Toomer (1968). «A Survey of the Toledan Tables», Op. Cit., pp. 140-143.
- 98 *Ibidem*; Fritz S. Pedersen (2002). *The Toledan Tables. A review of the manuscripts and the textual versions with an edition*. Op. Cit., vol. 3, pp. 1078-1092.
- 99 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn*

La tabla de proyección de rayos del el *ziy* original de al-Juarizmi se puede encontrar en un tratado de astronomía de Ibn Hibinta,¹⁰⁰ y en las *Tablas de Toledo*.¹⁰¹ Toomer averiguó que la tabla estaba calculada para una oblicuidad de $23^{\circ}51'$ y la latitud de Bagdad (aproximadamente 33°). Al-Mayriti indica en su versión revisada que su tabla de proyección de rayos está calculada para una latitud geográfica de $38^{\circ}30'$, es decir, probablemente para Córdoba. Por consiguiente, podemos concluir que es un añadido de al-Mayriti. Hogendijk analizó la estructura matemática de ambas tablas de proyección de rayos, descubriendo que la de al-Mayriti usa el mismo valor de oblicuidad que al-Juarizmi, $23^{\circ}51'$, pero presenta una mejora significativa respecto a este último en el método de cálculo.¹⁰²

Exceso de revolución¹⁰³

La tabla de exceso de revolución en la versión revisada de al-Mayriti se basa en un año sidéreo de 365;15,30,22,30 días.¹⁰⁴ Dicho valor aparece en varias fuentes indias, por ejemplo el *Brahmasphutasiddhanta*, y al-Mutanna confirma que al-Juarizmi lo usaba. Nótese que el *Shah Ziy* se basa en un valor de 365;15,32,30.¹⁰⁵

Resumen

Las tablas de la traducción al latín de la versión revisada de al-Mayriti del *Sindhind Ziy* de al-Juarizmi se pueden dividir en cinco grupos en función de su origen (los números corresponden a las tablas en la edición de Suter publicada en 1914):

I. Tablas derivadas del el *ziy* original de al-Juarizmi

A) Basadas en valores de parámetros y/o métodos indios:

1. Tablas de movimientos medios: movimientos y posiciones (T. 4-20)
2. Latitud de la Luna (col. 6, T. 21-26)
3. Ecuaciones de los planetas: estructura (cols. 3 a 5, T. 27-56)

Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath. Op. Cit., T. 91-114; y Otto E. Neugebauer (1962). The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283. Op. Cit., pp. 78-81 y 129-131.

100 Edward S. Kennedy y Haiganoush Krikorian-Preisler (1972). «The Astrological Doctrine of Projecting the Rays», *al-Abhath*, 25, pp. 3-15. Reimpreso en Edward S. Kennedy (1983). *Studies in the Islamic Exact Sciences. Op. Cit., pp. 372-384.*

101 Gerald J. Toomer (1968). «A Survey of the Toledan Tables», *Op. Cit.*, pp. 147-151; Fritz S. Pedersen (2002). *The Toledan Tables. A review of the manuscripts and the textual versions with an edition. Op. Cit., vol. 4, pp. 1530-1528.*

102 Jan P. Hogendijk (1989). «The Mathematical Structure of Two Islamic Astrological Tables for “Casting the Rays”», *Centaurus*, 32, pp. 171-202.

103 Heinrich Suter (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjriti und der lateinischen Übersetzung des Adelard von Bath. Op. Cit., T. 115; Otto E. Neugebauer (1962). The Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Translation with commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College Ms, 283. Op. Cit., pp. 131-132; y Bernard R. Goldstein (1967). *Ibn al-Muthanna's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwarizmi. Op. Cit., pp. 143-144 y 242.**

104 En el sistema de numeración sexagesimal, los dígitos van separados por una coma, mientras que la coma se marca con un punto y coma. Por ejemplo: 365;15,30 o 6,5;15,30 equivale a $365 + 15/60 + 30/60^2$.

105 Edward S. Kennedy (1956). *A Survey of Islamic Astronomical Tables. Op. Cit., p. 147.*

4. Latitudes de los planetas (cols. 7 y 8, T. 27-56)
 5. Movimientos verdaderos de la Luna y el Sol (T. 61-66)
 6. Eclipses lunares: valores de los parámetros para eclipses en el apogeo (T. 73-76)
 7. Paralaje (T. 77-77a)
 8. Eclipses solares: valores de los parámetros (T. 78)
 9. Exceso de revolución (T. 115)
- B) *Basadas en valores de parámetros y/o métodos persas:*
1. Ecuación del Sol (col. 3, T. 21-26)
 2. Ecuación de la Luna (col. 4, T. 21-26)
 3. Ecuaciones de los planetas: valores de los parámetros (cols. 3 a 5, T. 27-56)
- C) *Basadas en valores de parámetros y/o métodos ptolemaicos:*
1. Declinación del Sol (col. 5, T. 21-26)
 2. Estaciones planetarias (col. 6, T. 27-56)
 3. Tabla de senos (T. 58-58a)
 4. Ascensión recta (T. 59-59b)
 5. Ecuación del tiempo (T. 67-68)
 6. Eclipses lunares: organización y valores de los parámetros para eclipses en el perigeo (T. 73-76)
 7. Eclipses solares: organización (T. 78)

II. Tablas modificadas por al-Mayriti

1. Tablas cronológicas (T. 1-3a)
2. Tablas de movimientos medios: época (T. 4-20)
3. Conjunciones y oposiciones medias (T. 69-72)

III. Tablas añadidas o reemplazadas por al-Mayriti

1. Visibilidad de la Luna (T. 57a)
2. Cotangente (T. 60)
3. Ecuación de las casas (T. 79-90)
4. Proyección de rayos (T. 91-114)

La tabla de visibilidad de la Luna original de al-Juarizmi aparece en varias fuentes (véanse las referencias más arriba). Sus valores de senos para *kardayas* basados en un radio del círculo de referencia de 150 se pueden encontrar en las *Tablas de Toledo*; Hogendijk reconstruyó una tabla de senos con las variables 1,2,3... 90 en base a dichos valores. La tabla de proyección de rayos original de al-Juarizmi nos ha llegado a través de una obra de Ibn Hibinta y de las *Tablas de Toledo*.

BIOGRAFÍA DEL AUTOR

Benno van Dalen se doctoró en el Instituto de Matemática de la Universidad de Utrecht en 1993 y trabajó durante muchos años en distintas especialida-

des en el antiguo Instituto de Historia de la Ciencia de Frankfurt am Main. Desde 2013 es uno de los investigadores principales del proyecto *Ptolemaeus Arabus et Latinus* en la Academia Bávara de Ciencias y Humanidades (Bayerische Akademie der Wissenschaften) de Múnich. Su investigación se centra en la astronomía islámica, en particular en su transmisión a otras zonas culturales (incluyendo China) y en el análisis matemático de las tablas astronómicas. Actualmente trabaja en un estudio sobre las mismas: *New Survey of Islamic Astronomical Handbooks with Tables*.

TRADUCCIÓN

AEIOU – Traductores (Inglés).

RESUMEN

A mediados del siglo IX e. c., cuatro conjuntos de tablas astronómicas árabes llegaron a la corte del emir omeya ‘Abd al-Rahman II en Córdoba. Uno de ellos era el *Sindhind Ziy* de al-Juarizmi, compuesto en torno al año 830 combinando materiales indios, persas y griegos-ptolemaicos. Aproximadamente en el año 1000, Maslama al-Mayriti reformuló dicha obra, adaptándola para su uso en Córdoba, y en el siglo XII Adelardo de Bath la tradujo al latín. De dicha traducción se conservan varios manuscritos y, por otra parte, muchas tablas del el *Ziy* de al-Juarizmi se incluyeron en las *Tablas de Toledo*, que fueron muy populares en toda Europa. Este artículo toma el *Sindhind Ziy* como referencia para esbozar la historia de las tablas astronómicas en al-Ándalus y ofrece una visión general de los resultados de la investigación sobre las tablas del *zjy*, categorizándolas en función de su origen.

PALABRAS CLAVE

Al-Ándalus, astronomía, tablas astronómicas, *zjy*, al-Juarizmi, *Sindhind Ziy*, Maslama al-Mayriti, Adelardo de Bath, *Tablas de Toledo*.

ABSTRACT

In the middle of the 9th century CE, four sets of Arabic astronomical tables reached the court of the Umayyad emir ‘Abd al-Rahman II in Cordoba. One of these was the *Sindhind Ziy* de al-Khwarizmi, which had been composed around the year 830 as a mixture of Indian, Persian and Ptolemaic-Greek materials. Around the year 1000, Maslama al-Majriti reworked this book for use in Cordoba, and in the 12th century it was translated into Latin by Adelard of Bath. Several manuscripts of this translation are extant today, and furthermore many tables from al-Khwarizmi’s *Zij* were included in the Toledan Tables, which became very popular in all of Europe. This article takes the *Sindhind Ziy* as a focal point for sketching the history of astronomical tables in al-Andalus and provides an overview of research results on the tables in the *zjy* with the aim to categorize them on the basis of their origins.

KEYWORDS

Al-Andalus, astronomy, astronomical tables, *zīj*, al-Kharizmi, *Sindhind Zīj*, Maslama al-Majriti, Adelard of Bath, Toledan Tables.

الملخص

وصلت في منتصف القرن التاسع الميلادي أربع مجموعات من الجداول الفلكية العربية إلى بلاط الأمير الأموي عبد الرحمن الثاني في قرطبة. كان أحدها هو الزيج السند هند للخوارزمي، الذي تم تأليفه في حوالي عام 830 م، و جمع بين المواد الهندية والفارسية واليونانية البطلمية. و في عام 1000 تقريبًا، قام مسلمة المجرطي بإعادة صياغة هذا المؤلف وتكييفه للاستخدام في قرطبة؛ وفي القرن الثاني عشر ترجمه أديرلاردو دي باث إلى اللغة اللاتينية. و لازالت محفوظة هذه الترجمة في العديد من المخطوطات ؛ ومن ناحية أخرى، تم تضمين العديد من الجداول من مؤلف الزيج للخوارزمي في جداول طليطلة التي عرفت شهرة كبيرة في جميع أنحاء أوروبا. و تعتمد هذه الدراسة الزيج السند هند كمرجع لرسم تاريخ الجداول الفلكية في الأندلس، وتقدم رؤية عامة عن نتائج البحث حول جداول الزيج و تصنيفها حسب أصلها.

الكلمات المفتاحية

الأندلس، علم الفلك، الجداول الفلكية، الزيج، الخوارزمي، الزيج السند هند، مسلمة المجرطي، أديرلاردو دي باث، جداول طليطلة.