

## LAS MATEMÁTICAS EN AL-ÁNDALUS Y SU INFLUENCIA EN EL MAGREB (SIGLOS VIII-XV)

Ahmed Djebbar

### Introducción

En este estudio, centrado en las actividades matemáticas en árabe en el Occidente musulmán, vamos a distinguir dos niveles. En primer lugar, el contenido de la producción matemática. Esta evolucionó cuantitativa y cualitativamente en función de varios factores que no siempre son específicos de una u otra de las dos grandes regiones de este área, es decir, de al-Ándalus y el Magreb. Cada una de estas regiones experimentó, según épocas, un mayor o menor dinamismo, ofreciendo así a veces contribuciones más o menos importantes, en función de diversos factores económicos, políticos y sociales. Las fuentes que nos informan sobre el contenido de dicha producción científica son, esencialmente, obras especializadas y manuales de enseñanza. No son muy numerosas en estos primeros siglos, pero resultan suficientes para permitirnos describir las principales tendencias de la producción matemática en estas dos grandes regiones.

En segundo lugar, tenemos la dimensión social de estas actividades y, especialmente, los intercambios entre hombres de ciencia, la circulación de los textos y de sus autores (o de ambos a la vez), las peticiones de los mecenas o de personas poderosas, etc. En lo referente a esta parte de nuestro estudio, las fuentes más accesibles son las obras biobibliográficas. Existe una buena cantidad de ellas, pero los datos que ofrecen no siempre son de primera mano o no han sido verificados. En efecto, en la mayoría de los casos sus autores no poseían el nivel de especialización de los matemáticos de los que hablan o no tuvieron la oportunidad de frecuentarlos. La segunda fuente de información se compone de autobiografías o de crónicas de viajes escritas por los propios hombres de ciencia. Estos documentos resultan relativamente escasos, pero su contenido es muy valioso, porque nos aporta datos sobre la formación de sus autores, sobre sus desplazamientos para perfeccionar sus conocimientos y sobre sus redes de relaciones. La tercera fuente a la que se ha acudido son los propios manuscritos matemáticos que han llegado hasta nuestros días y cuyo contenido ha podido ser analizado. No se conservan muchos escritos en al-Ándalus entre comienzos del siglo IX y finales del XI pero, junto con los publicados entre el siglo XII y finales del XV —relativamente más numerosos—, contribuyen a iniciar cierta reconstrucción de la circulación de las obras y de los saberes de una región a otra.

A continuación, vamos a abordar ambos aspectos de nuestro tema de estudio, presentando el contenido de la producción matemática en las dos regiones, en cada época, sus autores, las nuevas aportaciones y los vínculos existentes entre el contenido de sus prácticas científicas y lo que les llegaba del Oriente musulmán. Al mismo tiempo, vamos a tratar los diversos aspectos conocidos del fenómeno de la circulación de personas y saberes entre al-Ándalus y el Magreb, intentando —siempre que sea posible— resituar este fenómeno en un contexto más amplio que las preocupaciones y orientaciones científicas específicas de los matemáticos.

### El periodo de establecimiento (711-756)

Durante la primera fase de la presencia islámica en al-Ándalus, esta región dependía políticamente del Magreb, pues muchos de sus gobernantes eran nombrados desde las autoridades de Kairuán, principal foco religioso del Occidente musulmán y centro de gravedad de la conquista en nombre del islam. A esto habría que añadir el fenómeno de las migraciones, iniciado con el establecimiento de los conquistadores del ejército de Tariq ibn Ziyad y que se prolongó a lo largo del siglo VIII, con la llegada primero de familias bereberes y después árabes. La presencia de estas poblaciones nuevas entre los primeros habitantes de la Península Ibérica conllevará, a medio plazo, toda una serie de transformaciones esenciales: una parte de los autóctonos va a convertirse a la nueva religión, otra parte va a arabizarse pero manteniendo su religión (cristiana o judía) y una tercera parte va a intentar resistirse al lento avance tanto de la cultura como de la religión de los conquistadores.

Como ocurría en Kairuán, las prácticas matemáticas más antiguas en al-Ándalus descritas por las fuentes conocidas tienen todas que ver con actividades jurídicas propias de la cotidianidad en las ciudades islámicas y, especialmente, con cuestiones relativas al reparto de herencias. Las disciplinas asociadas a estas actividades son el cálculo y la geometría de las mediciones topográficas. Carecemos de información alguna sobre el origen de estos saberes, pero puesto que los problemas que se planteaban los musulmanes resultan ser los mismos en las diferentes regiones del imperio, parece razonable pensar que el contenido de estos primeros conocimientos matemáticos procedía directamente de Oriente, o bien llegaba vía Kairuán.

### El periodo del Emirato omeya (756-900)

Los historiadores y biobibliógrafos identifican las primeras actividades matemáticas y astronómicas árabes de este periodo en Kairuán. Fue allí donde, en la segunda mitad del siglo VIII, Ibn al-Jarraz, oriundo de Oriente, enseñó el cálculo y la ciencia de las herencias. En esa misma época, Shuqran ibn 'Ali (f. 802) publica un libro sobre los repartos sucesorios.<sup>1</sup> Si bien las fuentes conocidas no describen actividades científicas en las otras dos regiones del Magreb, esto no excluye que se iniciaran estudios y actividades en relación con las necesidades culturales o jurídicas de ciertas categorías sociales. Si esta hipótesis quedara confirmada, contaríamos por lo menos con un representante de esta región, Musa ibn Barri (ca. finales siglo IX), que habría destacado en cálculo y en la ciencia de las herencias, y que habría publicado algunas obras muy apreciadas sobre estos temas.<sup>2</sup> Pero, a día de hoy, aún no se ha hallado ninguna referencia a sus publicaciones en los escritos magrebíes posteriores.

En al-Ándalus, las iniciativas del poder omeya parecen haber acelerado el proceso de transferencia de saberes científicos de Damasco, Bagdad y probable-

1 Ahmed Djebbar (1990). «Quelques éléments nouveaux sur l'activité mathématique arabe dans le Maghreb oriental (IX<sup>e</sup>-XVI<sup>e</sup> s.)», en *Actes du 2<sup>e</sup> Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Túnez, 01-03 de diciembre de 1988)*. Túnez: Université de Tunis, Association Tunisienne des Sciences Mathématiques, pp. 56 y 57.

2 *Ibidem*, pp. 126 y 127, n<sup>o</sup> M8.

mente también de Kairuán, habida cuenta de los progresos logrados por esta última metrópoli en ciertos ámbitos, especialmente en aquellos relacionados con actividades jurídicas y culturales. En lo relativo a las matemáticas, Ibn Sa'íd menciona el papel desempeñado por 'Abbas ibn Nasih, a quien 'Abd al-Rahman I encargó la misión de viajar a Oriente en busca de «los libros de los antiguos», expresión usada para referirse a tratados indios y griegos sobre matemáticas, astronomía y filosofía.<sup>3</sup> Pero posiblemente se dieran también iniciativas de personas «de la sociedad civil» (mercaderes, peregrinos, científicos) que, aprovechando sus desplazamientos profesionales, familiares o culturales, trajeran de Bagdad o de Kairuán obras que les parecían interesantes.

Fuera como fuese, todas estas diversas iniciativas se conjugaron para generar una primera dinámica, primero en el ámbito de la enseñanza y luego en el de la producción científica, como confirman las informaciones referidas a los pioneros en las diversas ciencias: Ibn Futays e Ibn Nasih en matemáticas,<sup>4</sup> Yahya Ibn 'Ajlan, 'Abbas al-Faradi en cálculo y reparto de herencias, Ibn Shamir e Ibn Habib (f. 852) en astronomía.<sup>5</sup> Entre todos estos primeros matemáticos parece ser que solo Ibn 'Ajlan (ca. 854) vivió una temporada en Kairuán.<sup>6</sup> En cuanto a posibles estancias de magrebíes en uno de los primeros focos científicos de al-Ándalus, las fuentes conocidas solo mencionan el caso de Musa ibn Barri ya comentado.

En lo que respecta a la circulación de obras de matemáticas y astronomía, parece razonable pensar que la mayoría de los hombres de ciencias de los siglos VIII y IX que cultivaron estas disciplinas y que tuvieron la oportunidad de viajar de una región a otra del Occidente musulmán, transportaran con ellos obras directamente relacionadas con sus especialidades. También es bastante posible que gran parte de esta difusión se basara en diversos intermediarios sin relación alguna con el medio científico. Pero en lo relativo a esta primera fase omeya, carecemos de testimonios que confirmen estas hipótesis. Esto puede explicarse debido a la pobreza, en términos de cantidad y calidad, de la producción regional en comparación con la riqueza del corpus griego y de los primeros tratados publicados en Oriente.

### El periodo de los califatos occidentales (900-1008)

En el plano político, este siglo se caracteriza por el enfrentamiento entre los dos califatos que se impusieron en el Occidente musulmán: los omeyas en al-Ándalus y los fatimíes en el Magreb central e Ifriqiya. Pero esta oposición, tanto política como ideológica, parece que resultó beneficiosa para la dinámica científica, pues siguieron desarrollándose numerosas actividades de esta índole, especialmente en los ámbitos de las matemáticas, la astronomía y la medicina. En lo referido al Magreb, han llegado hasta nosotros algunos nombres de matemáticos

3 Ibn Sa'íd (1978). *Al-Mughrib fihula al-Maghrīb* ('El sorprendente [libro] sobre los adornos del Magreb'), Edición de Shawqi Dayf. El Cairo: Dar al-ma'arif, vol. I, p. 45.

4 Geneviève Balty-Guesdon (1992). *Médecins et hommes de sciences en Espagne musulmane (I<sup>er</sup>/VIII<sup>e</sup>-X<sup>e</sup>/XI<sup>e</sup> s.)*. Tesis doctoral, Université de la Sorbonne Nouvelle-Paris III, vol. III, pp. 599 y 600.

5 *Ibidem*, vol. III, pp. 600 y 601.

6 Driss Lamrabet (2014). *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*. Lulu, p. 51, n° A8.

que vivieron durante este periodo o en la primera mitad del siglo XI: Ibn Killis (f. 990) y al-Huwari (f. 1023) (en cálculo), 'Abd al-Mun'im al-Kindi (f. 1043-1044) (en geometría) e Ibn 'Atiya al-Katib (ca. 1016) (en aritmética).<sup>7</sup> Pero lo ignoramos todo sobre el contenido concreto de su producción y sobre sus posibles vínculos con la producción de sus colegas de al-Ándalus.

En el ámbito de la astronomía, el mecenazgo del califato parece haber favorecido las actividades primero en Kairuán y posteriormente en al-'Abbasiya y en Raqqada. Pero las fuentes conocidas hacen referencia a pocos astrónomos de esta época: entre ellos, al-'Utaqi (f. 955), Ibn Abi al-Rijal (f. después de 1037) y Dunash ibn Tamim, también conocido bajo el nombre de Abu Sahl al-Qayrawani (primera mitad del siglo X). Este último es el autor del manual de matemáticas más antiguo publicado en el Occidente musulmán y cuyo título conocemos: *Kitab al-hisab al-hindi* ('Libro sobre el cálculo indio').<sup>8</sup> Pero es conocido sobre todo por sus contribuciones a la astronomía y por su prolongada relación con Hasday ibn Shaprut (f. 970), intelectual judío cordobés, médico personal del califa 'Abd al-Rahman III (929-961) y después de su hijo al-Hakam II (961-976). Fue de hecho en respuesta a una «petición» de este que Dunash redactó un tratado de astronomía dedicado a la naturaleza de las esferas celestes, al movimiento de las estrellas y a una serie de cálculos astronómicos.<sup>9</sup>

Pero no es descartable que, en esta misma época, circularan también textos científicos de al-Ándalus hacia el Magreb, habida cuenta del desarrollo, relativamente rápido, de las actividades de enseñanza y publicación en torno a determinados ámbitos matemáticos en esta región. Esta posibilidad parece confirmarse gracias a las informaciones aportadas por varias fuentes históricas y biobibliográficas. Pero desgraciadamente, a excepción de las referencias de Sa'id al-Andalusi,<sup>10</sup> las de los demás autores son poco explícitas sobre el contenido de esta producción. A pesar de ello, nos permiten constatar que, desde una perspectiva cuantitativa, se produjo un incremento significativo del número de personas que se especializaron en disciplinas matemáticas o astronómicas (hasta cuarenta durante este siglo), superando ampliamente a los que se pueden contar en este mismo ámbito de actividad en el Magreb en esta misma época. Pero, entre sus numerosas publicaciones, solo cuatro de ellas han llegado hasta nuestros días.

Probablemente sea en esta época cuando comenzó a desarrollarse en al-Ándalus la enseñanza del álgebra, partiendo del contenido del famoso tratado de al-Juarizmi (f. 850). La epístola de Abu Bakr, cuya versión en latín ha llegado

7 Ahmed Djebbar (1990). «Quelques éléments nouveaux sur l'activité mathématique arabe dans le Maghreb oriental (IX<sup>e</sup>-XVI<sup>e</sup> s.)». *Op. Cit.*, pp. 61-63.

8 Véanse Muhammad Mahfuzh (1982). *Tarajim al-mu'allifin al-tunusiyyin* ('Biografías de los autores tunecinos'). Beirut: Dar al-Gharb al-Islami, p. 245; Hasan Husni'Abdalwahhab (1965). *Waraqat 'an al-hadara al-'arabiya bi Ifriqiya al-tunusiya* ('Hojas sobre la civilización árabe en Ifriqiya tunecina'). Túnez: Maktabat al-manar, vol. 1, pp. 297-300.

9 Yitzhak Tzvi Langermann (2007). «Dunash ibn Tamim», en Thomas Hockey (ed.). *Biographical Encyclopedia of Astronomers*. Nueva York: Springer, p. 315.

10 Sa'id al-Andalusi (1912). *Tabaqat al-umam* ('Las categorías de las naciones'). Edición de Louis Cheikho. Beirut: Imprimerie catholique, pp. 65-73.

hasta nuestros días, se inscribe en esta nueva tradición matemática importada de Oriente.<sup>11</sup> Estas primeras enseñanzas fueron enriquecidas con la difusión del *Kitab al-kamil fi l-jabr* ('Libro completo de álgebra') de Abu Bakr (f. 930). Partiendo de este corpus —y, tal vez, de otros textos de menor importancia traídos de Oriente pero que aún desconocemos—, se desarrolló y mantuvo una importante actividad algebraica durante el siglo siguiente, con la publicación de tratados teóricos y de manuales prácticos. Entre los especialistas en esta área, los bibliógrafos identifican a Ibn Hayyan, en la segunda mitad del siglo X,<sup>12</sup> y a otros tres autores en el siglo XI: al-Waqqashi, Ibn al-Quwaydis e Ibn Ma'yun.<sup>13</sup> El *Kitab al-jabr wa l-muqabala* ('Libro de álgebra') de este último autor constituye el tratado andalusí más antiguo dedicado a esta disciplina. Desgraciadamente, las fuentes no aportan más detalles sobre su contenido.

También sabemos que en la Córdoba del siglo X ya se practicaban procedimientos algebraicos preislámicos, de origen oriental. Estos son expuestos en «La epístola sobre la medición» de Ibn Abdun (f. después de 970) y en el *Liber mensurationum* de Abu Bakr, que acabamos de comentar. Estos procedimientos se diferenciaban de los de al-Juarizmi por la ausencia de terminología algebraica y de ecuaciones.<sup>14</sup> No hemos hallado aún rastros de estos métodos en los textos magrebíes posteriores, pero sí sabemos que la epístola de Ibn Abdun circuló en la región. De hecho, la única copia que ha llegado a nuestros días formaba parte de un corpus compuesto por textos escritos con grafía magrebí.<sup>15</sup>

Los contenidos de los diferentes capítulos de la ciencia del cálculo que se desarrollaron en Oriente en el siglo IX ya se enseñaban o practicaban en al-Ándalus durante el siglo X. Como en Oriente, en los dos tipos de textos publicados por la época ya se acude al sistema decimal posicional indio: tanto en los manuales de enseñanza de operaciones matemáticas básicas —como los usados al mismo tiempo en el Magreb— como en los tratados sobre problemas relacionados con las transacciones. En este último tema, las mayores contribuciones de la época son el *Kitab al-mu'amalat* ('Libro de las transacciones'), título compartido por dos tratados, uno atribuido a Aws al-Faradi,<sup>16</sup> el otro a al-Tanbari,<sup>17</sup> el *Kitab al-Arkan fi l-mu'amalat 'alatariq al-burhan* ('Libro de los fundamentos sobre las transacciones por el método de la prueba') de 'Ali al-Zahrawi y el *Kitab thimar al-'adad* ('Libro de los frutos del número') de Ibn a-Samh.<sup>18</sup> Estos dos

11 Hubertus Busard (1968). «L'algèbre au moyen-âge: Le *Liber mensurationum* d'Abu Bekr». *Journal des savants*, abril-junio, pp. 65-125; y Marc Moyon (2017). *La géométrie de la mesure dans les traductions arabo-latines médiévales*. Turnhout: Brepols Publishers, pp. 145-272.

12 Driss Lamrabet (2014). *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*. *Op. Cit.*, p. 66.

13 *Ibidem*, pp. 69, 78, 81 y 82.

14 Ahmed Djebbar (2005-2006). «Al-Risala fi l-taksir li ibn 'Abdun, shahid 'ala al-mumarasat al-sabiqa li l-taqlid al-jabri al-'arabi» ('Epístola sobre la medición de Ibn 'Abdun, testigo de las prácticas anteriores a la tradición algebraica árabe'). *Suhayl*, 5, parte árabe, pp. 7-68; 6, parte árabe, pp. 81-86.

15 Ibn 'Abdun. *Risala fi l-taksir* ('Epístola sobre mediciones'). Ms. París: BnF, n° 5311, ff. 1a-23a.

16 Marie-Geneviève Balty-Guesdon (1992). *Médecins et hommes de sciences en Espagne musulmane*. *Op. Cit.*, p. 641.

17 Sa'id al-Andalusi (1912). *Tabaqat al-umam*. *Tabaqat al-umam*. *Op. Cit.*, p. 68.

18 Véase Fuat Sezgin (1974). *Geschichte des arabischen Schrifttums*, v, Mathematik bis ca. 430 H. Leiden: Brill, pp. 355 y 356.

últimos tratados circularon en el Magreb durante una época indeterminada, como referencian explícitamente varios autores, como al-Hassar (siglo XII), un matemático de Sevilla,<sup>19</sup> e Ibn Zakariya' (f. 1407), de Granada.<sup>20</sup> También fue a resultas de las primeras actividades astronómicas orientales que los especialistas en este ámbito adoptaron para sus cálculos la numeración alfabética griega en su versión arabizada. Pero parece que fue en las prácticas locales, especialmente en el marco de las actividades comerciales, jurídicas y notariales, donde se difundió un tercer sistema de numeración llamado en al-Ándalus *huruf al-zimam* ('cifras de registros') o *hisab rumi* ('cálculo bizantino'). Se trataba de hecho de una deformación gráfica de la numeración alfabética griega, con los mismos números (9 para las unidades, 9 para las decenas y 9 para las centenas), pero con un «añadido local»: un guión bajo cada uno de sus 27 números para indicar los millares de cada orden. Esta numeración constituye otro ejemplo de la circulación de un *savoir-faire* matemático de al-Ándalus hacia las ciudades magrebíes, fenómeno confirmado por las referencias halladas en los tratados analizados en el curso de estas últimas décadas. Los más antiguos, como *Kamil* ('El [libro] completo'), de al-Hassar, el *Fiqh al-hisab* ('La ciencia del cálculo'), de Ibn Mun'im (f. 1228) y la *Risala fi tasnif al-'ulum* ('La epístola sobre la clasificación de las ciencias'), de Ibn Rashiq al-Sabti (siglo XIII), se limitan a señalar brevemente esta numeración. Pero a partir de finales del siglo XIII o comienzos del XIV hay numerosos textos producidos en el Magreb totalmente dedicados a este tema. Es el caso del manual más importante del momento: *Iqtidab min al-'amal bi l-rumi fi l-hisab* ('Compendio sobre el uso de las [cifras] rumi en cálculo'), de Ibn al-Banna (f. 1321). Es también el caso de poemas y comentarios sobre este mismo tema, que siguieron publicándose hasta el siglo XIX.<sup>21</sup>

### El periodo de taifas (1008-1073)

A pesar de la fragmentación del califato omeya en una veintena de principados, el siglo XI se produjo en al-Ándalus un auténtico florecimiento en matemáticas y astronomía. Las informaciones de los bibliógrafos, como Sa'id al-Andalusi (f. después de 1068), así como el análisis de los manuscritos conocidos, nos permiten afirmar que la comunidad científica vivió una verdadera «edad de oro».<sup>22</sup> Tras la fase de asimilación de las traducciones de numerosas obras griegas y de una parte de la producción árabe oriental en este campo, una serie de jóvenes científicos acometieron nuevas investigaciones que les permitieron abrir vías originales en astronomía y matemáticas, como se puede constatar en las informaciones que nos han llegado sobre las publicaciones de Ibn Mu'ad, Ibn Sayyid y al-Mu'taman.

19 Al-Hassar. *Al-Kitab al-Kamil fisina'at al-'adad* ('El libro completo sobre el arte del número'). Ms. Marrakech, Bib. Ibn Yusuf, pp. 97 y 98.

20 Ibn Zakariya' (s.f.). *Hatt al-niqab ba'da raf' al-hijab 'an wujub a'mal al-hisab* ('La bajada del velo pequeño tras el levantamiento del velo grande sobre las formas de las operaciones de cálculo'). Ms. Túnez, B.N., n° 561, f. 40a.

21 Ahmed Djebbar y Youcef Guergour (2013). «La numération rumi dans des écrits mathématiques d'al-Andalus et du Maghreb avec l'édition d'une épître d'Ibn al-Banna», *Suhayl*, 12, parte árabe, pp. 7-52.

22 Sa'id al-Andalusi (1912). *Tabaqat al-umam/Tabaqat al-umam*. Op. Cit., pp. 67-87.

Los textos de este primero están dedicados a la teoría de las relaciones, la geometría de la esfera y la trigonometría.<sup>23</sup> Este científico es sobre todo conocido por haber sido el primero en desarrollar en al-Ándalus el campo de la trigonometría, siguiendo la estela de sus colegas de Oriente. Probablemente fuera tras su regreso de una estancia en El Cairo, entre 1012 y 1016, cuando publicó su obra titulada *Kitab majhulat qisiy al-kura* ('Libro sobre los arcos desconocidos de la esfera'), en la que cabe destacar su exposición del teorema del seno, establecido en Asia central en la primera mitad del siglo XI.<sup>24</sup> Desconocemos en qué momento esta importante teoría llegó al Magreb, pero sabemos con seguridad que circulaba por la región gracias a la información aportada por Ibn Haydur (f. 1407) en su obra «Los adornos de los estudiantes».<sup>25</sup>

Ibn Sayyid, el segundo matemático, no tuvo tiempo de terminar sus investigaciones sobre una categoría de curvas planas que le hubiera permitido abordar exitosamente problemas que habían quedado insatisfactoriamente resueltos desde el siglo IX. Su alumno, el filósofo Ibn Bayya (f. 1138), que vivió una temporada en Fez, describió con detalle los trabajos de su profesor en una carta dirigida a uno de sus amigos de Granada, comentando que tenía intención de revisar dichos trabajos y de publicarlos. Pero este proyecto no ha llegado hasta nosotros.<sup>26</sup>

Ibn Mun'im señala una segunda contribución de Ibn Sayyid, relativa a unas investigaciones inspiradas por el capítulo sobre «números figurados» de la *Introducción a la aritmética* de Nicómaco de Gerasa (siglo II). La epístola de Ibn Sayyid parece haber supuesto el punto de partida de toda una tradición de investigación proseguida por un estudio llevado a cabo por Ibn Tahir, matemático que probablemente viviera en Sevilla en el siglo XII. Estas dos contribuciones dieron pie a una serie de investigaciones realizadas en Marrakech: las de Ibn Mun'im, expuestas en un capítulo sobre el *Fiqh al-hisab* ('La ciencia del cálculo'),<sup>27</sup> y las de Ibn al-Banna, publicadas en *Raf' al-hijab* ('El levantamiento del velo').<sup>28</sup>

En cuanto a al-Mu'taman, investigaciones de textos magrebíes han permitido afirmar la presencia en esta región, desde finales del siglo XII, del primer volumen de su obra titulada *Kitab al-istikmal* ('Libro del perfeccionamiento'). En el libro de Ibn Mun'im que acabamos de mencionar, este se apoya en el matemático de Zaragoza para insistir en la necesidad de establecer los resultados matemáti-

23 Boris Rosenfeld y Ekmeleddin Ihsanoglu (2003). *Mathematicians, Astronomers & Other Scholars of Islamic Civilisation and their works (7<sup>th</sup>-19<sup>th</sup> c.)*. Estambul: IRCICA, p. 140.

24 María Victoria Villuendas (1979). *La trigonometría europea en el siglo XI. Estudio de la obra de Ibn Mu'ad El Kitab Majhulat*. Barcelona: Instituto de Historia de la Ciencia de la Real Academia de Buenas Letras.

25 Ahmad Muslih (2006). *Tuhfat al-tullab wa umniyat al-hussab fi sharh ma ashkala min Raf' al-hijab* ('Los adornos de los estudiantes y el anhelo del calculador sobre las dificultades del levantamiento del velo [de Ibn al-Banna]'). Tesis doctoral, Université Mohamed V, p. 749.

26 Ahmed Djebbar (1998). «Abu Bakr ibn Bayya et les Mathématiques de son temps», en *Hommage à Jamal ad-Din Alaoui: Etudes Philosophiques et Sociologiques dédiées à Jamal ad-Din Alaoui*. Fez: Publications de l'Université de Fès, 14 (número especial), Infoprint, pp. 5-26.

27 Véase Ahmed Djebbar (2000). «Figurate Numbers in the Mathematical Tradition of Andalus and the Maghrib», *Suhayl*, 1, pp. 58 y 59.

28 Véase Ahmed Djebbar (1981). *Enseignement et Recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII<sup>e</sup>-XIV<sup>e</sup> siècles*. Paris: Université Paris-Sud, Publications Mathématiques d'Orsay, 81-02, pp. 76-98.

cos acudiendo al método de «análisis y síntesis». Y en unos cuantos capítulos de este mismo libro, se refiere con precisión a diversas propuestas de la obra de al-Mu'taman. Unas décadas después, Ibn al-Banna, en su *Risala fil-taksir* ('Epístola sobre la medición'), acude a una propuesta de este mismo matemático para justificar su método.<sup>29</sup> La obra de al-Mu'taman aún era leída en el siglo XIV, puesto que es citada por Ibn Haydur (f. 1407) en su estudio de los números amigos y,<sup>30</sup> tras este, por un comentarista anónimo del *Compendio* de Ibn al-Banna sobre el tema de los números primos entre sí.<sup>31</sup>

### El periodo de los dos imperios (1073-1276)

En respuesta a la expansión del chiísmo fatimí, se produjeron dos ofensivas ortodoxas: los selyúcidas en el este del imperio musulmán y los almorávides en el oeste. Esta última desembocó en una especie de tutelaje de los reinos de taifas que tuvo consecuencias importantes en lo que respecta a los intercambios entre las dos regiones del Occidente musulmán. Hasta mediados del siglo XII, esta primera fase de reunificación política no pareció provocar cambios cualitativos en el ámbito científico, pero sentó las bases para una segunda fase de dominio almohade. Esta acabó conduciendo a una mayor integración en todas las áreas, favoreciendo de esta manera los intercambios entre las élites de ambas sociedades. Entre las ciudades que desempeñaron un papel importante en el establecimiento de vínculos, tanto humanos como culturales y científicos, caben destacar Córdoba y Sevilla, hasta su reconquista, respectivamente en 1246 y 1248, por los ejércitos de Fernando III de Castilla (1217-1252). En el Magreb, fueron las ciudades de Ceuta, Bugía y Marrakech las que mantuvieron mayores vínculos con al-Ándalus, siendo sustituidas a partir del siglo XIV por Túnez, Fez y Tremecén.

#### *La fase almorávide (1073-1146)*

Durante todo este periodo, las ciencias siguieron floreciendo en al-Ándalus, a pesar de las múltiples consecuencias de la ofensiva castellana, que desembocó en la caída de la ciudad de Toledo en 1085, seguida de Zaragoza en 1118 y de Calatayud en 1120.<sup>32</sup> En términos cuantitativos, se ha podido registrar hasta una cuarentena de especialistas en los ámbitos propios de nuestro estudio.

En matemáticas, la mayor parte de los autores conocidos se presentan como especialistas en ciencias del cálculo o de las herencias o, más habitualmente, en ambas disciplinas. Nos han llegado algunos títulos de sus textos, gracias a citas de autores posteriores. Es el caso, por ejemplo, de Ibn Tahir, cuya obra *Epístola sobre los números polígonos* ya hemos mencionado y que también publicó un *Libro sobre la ciencia*

29 Ahmed Djebbar (1995). «La contribution mathématique d'al-Mu'taman et son influence hors d'al-Andalus», en Jean Cassinet (ed.), *Huit siècles de mathématiques en Occitanie, de Gerbert et des Arabes à Fermat*. Toulouse: CIHSO, p. 45.

30 Ibn Haydur. *Kitab al-Tamhis fi sharh al-taljis* ('Libro de aclaraciones sobre el comentario del Compendio [de Ibn al-Banna]'), Ms. Rabat, Bibl. Hasaniya, n° 252, Libro I, p. 72.

31 Anónimo. *Sharh al-Taljis* ('Comentario sobre el Compendio [de Ibn al-Banna]'), Ms. Bibl. Mohamed Al-Manouni, f. 41a.

32 Pierre Guichard (2000). *Al-Andalus, 711-1492: une histoire de l'Espagne musulmane*. Paris: Hachette, p. 171.

del cálculo.<sup>33</sup> Pero la mayor parte de las producciones de este periodo no fue recogida por los bibliógrafos de la región, que por lo general se limitan a mencionar los campos en los que destacaron los diversos autores. Es el caso especialmente de al-Waqqashi (f. 1095), de Ibn Qushtura (ca. 1100), de Ibn al-Mayarumi (ca. 1128) y de al-Ya'mari (f. hacia 1135).<sup>34</sup>

Hay también importantes contribuciones publicadas durante este periodo en el campo de la astronomía, algunas de las cuales han llegado hasta nuestros días, como es el caso de al-Zarqali (f. 1100), de Abu l-Salt (f. 1134), de Ibn Bayya (f. 1138), de Jabir ibn Aflah (f. 1145),<sup>35</sup> y de Ibn al-Kammad (f. después de 1115). A estos expertos, muy afamados entre sus sucesores, habría que añadir Ibn Wuhayd (ca. 1106), astrónomo mucho menos conocido que ejerció como profesor en Sevilla.<sup>36</sup> Tres de estos científicos habitaron durante cierto tiempo en el Magreb. El más antiguo de ellos es Abu l-Salt, que vivió los últimos años de su vida en Mahdiya, región de Ifriqiya, pero no estamos seguros si ejerció de profesor allí y ni siquiera si publicó realmente algunas obras que le son atribuidas.<sup>37</sup> El segundo, Ibn Bayya, vivió una temporada en Fez, donde de hecho fue asesinado. Parece razonable pensar que estos dos autores, durante su estancia magrebí, dieran a conocer algunas de sus publicaciones científicas. El tercer científico, Ibn Wuhayb, dejó Sevilla para ponerse al servicio del califa almorávide 'Ali ibn Yusuf (1106-1143). Sus conocimientos en astronomía le permitieron contribuir a la corrección de la orientación de una mezquita en Marrakech.<sup>38</sup>

En cuanto a los otros tres científicos, una parte de sus textos circularon fuera de al-Ándalus. Ibn Ishaq al-Tunusi (siglo XIII) e Ibn al-Banna, por ejemplo, conocían algunas contribuciones de al-Zarqali a la teoría astronómica y a su instrumental, especialmente sus críticas contra los modelos planetarios de Ptolomeo (siglo II) y su contribución al astrolabio universal.<sup>39</sup> Ibn Haydur, en uno de sus tratados sobre la ciencia del cálculo,<sup>40</sup> cita explícitamente la *Islah al-Mayisti* ('Revisión del Almagesto'), de Ibn Aflah. En cuanto a la presencia de algunos textos de Ibn al-Kammad en el Magreb, queda confirmada por el contenido del *zīj* de Ibn Ishaq al-Tunusi y por al-Hasan al-Murrakushi (siglo XIII), en su *Jami' al-mabadi' wa l-ghayat fi'ilm al-miqat* ('Recopilación de los principios y de los fines de la ciencia del tiempo').<sup>41</sup>

33 Ibn Zakariya' (s.f.). *Hatt al-niqab*. Op. Cit., f. 59a.

34 Driss Lamrabet (2014). *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*. Op. Cit., pp. 78, 84, 87.

35 Emilia Calvo (2007). «Jabir ibn Aflah», en Thomas Hockey (ed.). *Biographical Encyclopedia of Astronomers*. Op. Cit., pp. 581 y 582.

36 Al-Murrakushi. *Al-Mu'jib fi taljis ajbar al-Maghrib* ('El libro sorprendente que compendia las informaciones sobre el Magreb'). Edición de Muhammad Sa'id Al-'Aryan, M. S. El Cairo: [s.a.], p. 252.

37 Mercè Comes (2007). «Abu l-Salt», en Thomas Hockey (ed.). *Biographical Encyclopedia of Astronomers*. Op. Cit., pp. 9-10.

38 Driss Lamrabet (2014). *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*. Op. Cit., pp. 133-134.

39 Roser Puig (2007). «Zarqali», en Thomas Hockey (ed.). *Biographical Encyclopedia of Astronomers*. Op. Cit., pp. 1258-1259.

40 Ahmad Muslih (2006). *Tuhfat al-tullab wa umniyat al-husab fi sharh ma ashkala min Raf' al-hijab*. Op. Cit., p. 749.

41 Véase Mercè Comes (1996). «The Accession and Recession Theory in al-Andalus and the North of Africa», en Josep Casullera y Julio Samso (eds.). *From Baghdad to Barcelona: Studies in the Islamic Exact Sciences in Honour of Prof. Juan Vernet*. Barcelona: Anuari de Filologia XIX, 1, pp. 355-364.

### *La fase almohade (1146-1276)*

A lo largo de este periodo prosiguió la merma geográfica de al-Ándalus, con la pérdida para los musulmanes de ciudades de enorme importancia, como Córdoba (1236), Valencia (1238), Jaén (1246) y Sevilla (1248). Esto acabó provocando una ralentización general de las actividades científicas de la región, favoreciendo en cambio un relanzamiento de este tipo de actividades en algunas ciudades magrebíes, como Ceuta, Bugía, pero sobre todo, Marrakech, la capital del imperio. A lo largo del primer siglo almohade, Sevilla fue el mayor polo científico de al-Ándalus,<sup>42</sup> pero otras ciudades también mantuvieron numerosas actividades de enseñanza y publicación, como fue el caso de Córdoba, Denia, Valencia, Murcia, Granada y Málaga, de donde procede la mayoría de los científicos mencionados en las fuentes bibliográficas.

En geometría, el ámbito práctico y de aplicación de esta disciplina constituyó la principal fuente de producción de contenidos para los tratados escritos en al-Ándalus entre finales del siglo XII y mediados del siglo XIV, especialmente en todo lo relacionado con el reparto de herencias, así como con las técnicas de medición y de delimitación de terrenos. Tres tratados descubiertos y estudiados en la última década son representativos de esta actividad: el *Kitab al-qurb fi l-taksir wa l-taqti'* ('Libro que facilita la medición y delimitación') de al-Mursi,<sup>43</sup> el *Kitab al-taqrib wa l-taysir li ifadat al-mubtadi' bi sina'at al-taksir* ('Libro que divulga y facilita el arte de la medición para mayor provecho del principiante'),<sup>44</sup> de Ibn al-Jayyab (miembro de la gran familia de letrados de Sevilla) y el poema de Ibn Luyun (f. 1349), un versificador de Almería, titulado *Al-Iksir li mubtaghasina'at al-taksir* ('El elixir para quien desee conocer el arte de la medición').<sup>45</sup> Los dos primeros no parece que llegaran a circular por el Magreb, pero una parte de su contenido puede hallarse en el poema del tercer autor, que fue copiado a menudo en las ciudades magrebíes, además de ser comentado, entre otros, por Muhammad ibn al-Qadi (f. 1573)<sup>46</sup> y por Ahmad ibn al-Qadi (f. 1616).<sup>47</sup>

La enseñanza del álgebra se prosiguió durante el siglo XII, de la mano de 'Amir al-Saffar en Córdoba y, muy probablemente, de Ibn al-Yasamin (f. 1204), un magrebí que vivió durante una temporada en Sevilla. Este último es el autor de un poema de 57 versos en métrica *rajaz*, titulado *al-Yasamiyya fi al-jabr*, que logró una acogida muy exitosa primero en el Magreb y luego en Oriente. Pero la obra más importante de esta disciplina durante el periodo que nos interesa es la de Abu l-Qasim

42 Miguel Forcada (2000). «Las ciencias de los antiguos en al-Ándalus durante el periodo almohade: una aproximación biográfica», *Estudios Onomásticos-Biográficos de al-Ándalus*, x, p. 406.

43 Véase Ahmed Djebbar (2007). «La géométrie du mesurage et du découpage dans les mathématiques d'Al-Ándalus (x<sup>e</sup>-xiii<sup>e</sup> s.)», en Patricia Radelet de Grave (ed.). *Liber Amicorum Jean Dhombres*. Turnhout: Brepols, pp. 113-147.

44 Véase Ahmed Djebbar (2016). «Les techniques de découpage dans un ouvrage géométrique d'al-Andalus», en Abdelalek Bouzari (ed.). *Actes du XI<sup>e</sup> Colloque maghrébin sur l'Histoire des mathématiques arabes (Alger, 26-28 octobre 2013)*. Argel: Dar al-Jalduniya, pp. 109-138.

45 Véase Marc Moyon (2016). «Ibn Luyun at-Tujibi (1282-1349): un nouveau témoin de la science du mesurage en Occident musulman», en Abdelmalek Bouzari (ed.). *Actes du XI<sup>e</sup> Colloque Maghrébin l'histoire des mathématiques arabes (Alger, 26-28 octobre 2013)*. Alger: Éditions Al-Jalduniya, pp. 333-352.

46 Driss Lamrabet (2014). *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*. Op. Cit., p. 223, n° M72.

47 *Ibidem*, pp. 229-230, n° M315.

al-Qurashi (f. 1184),<sup>48</sup> consistente en un comentario del *Kamil* de Abu Kamil, que aún no ha sido hallada, aunque existen referencias explícitas sobre su contenido que confirman su difusión en el Magreb.<sup>49</sup> Posiblemente fuera en el siglo XIII cuando se publicara el único tratado de al-Ándalus íntegramente dedicado a esta disciplina que ha llegado a nuestros días: el *Ijtisar al-jabr wa l-muqabala* ('Compendio de álgebra') de Ibn Badr, del cual se llevó a cabo una copia en Fez en 1343.<sup>50</sup> Y durante este mismo periodo, Ahmad ibn al-Qadi (f. 1616) hace referencia a Ibn Mashshun (f. 1290), un profesor de Almería autor de un poema sobre este mismo tema.<sup>51</sup>

Pero es en el área de las ciencias del cálculo donde hallamos más referencias a publicaciones realizadas por matemáticos oriundos de al-Ándalus o formados en esta región. Y es también a la época almohade hasta donde se remontan los tratados más antiguos que se conservan hoy en día, abordando este o aquel capítulo de esta disciplina y de sus aplicaciones. Están, para empezar, los dos tratados de al-Hassar, un jurista matemático sevillano que pasó una temporada en Marrakech, invitado por el califa almohade 'Abd al-Mu'min (1130-1163): el *Kitab al-bayan wa l-tadkar fi'ilm huruf al-ghubar* ('Libro de demostración y recordatorio de la ciencia de los números de polvo'), un manual para especialistas en la materia,<sup>52</sup> y el *Kitab al-kamil fisisina'at al-'adad* ('El libro completo sobre el arte de los números'), tratado mucho más teórico del que solo nos ha llegado el primer volumen.<sup>53</sup> Ambas obras circularon por el Magreb entre los siglos XIII y XV, como confirman los siguientes autores, que han hecho referencia a una u otra: Ibn Mun'im (en lo referente a los números amigos del segundo volumen del *Kamil*),<sup>54</sup> al-Jitali (f. hacia 1329),<sup>55</sup> Ibn Haydur,<sup>56</sup> y un autor anónimo (que refirió el primer libro de al-Hassar).<sup>57</sup> En el siglo XV, Ibn Ghazi (f. 1514) poseía dos ejemplares en su biblioteca.<sup>58</sup>

El segundo autor es Ibn al-Yasamin, cuya obra *Talqih al-afkar fi rushum al-ghuba* ('La fecundación del espíritu sobre los números de polvo') es mucho más rica que su poema algebraico ya comentado,<sup>59</sup> a pesar de lo cual no tuvo mucho éxito entre

48 Moktadir Zerrouki (1995). «Abu l-Qasim al-Qurashi, hayatuhu wa mu'allafatuhu al-riyyadiyya» ('Abu l-Qasim al-Qurashi, vida y textos matemáticos'), *Cahier du Séminaire Ibn al-Haytham*, 5, Argel, ENS, pp. 10-19.

49 Ahmed Djebbar (2005). *L'Algèbre arabe, genèse d'un art*. París: Vuibert-ADAPT, pp. 80-82.

50 José Augusto Sánchez Pérez (1916). *Compendio de álgebra de Abenbeder*. Madrid: Imprenta Ibérica.

51 Ibn al-Qadi (1970). *Durrat al-hijal fi asma' al-rijal*, Túnez: al-Maktaba al-'atiqa / El Cairo: Dar al-turath, pp. 58 y 59.

52 Heinrich Suter (1901). «Das Rechenbuch des Abu Zakariya el-Hassar», *Bibliotheca Mathematica*, serie 3, n.º 2, pp. 12-40.

53 Mohamed Aballagh y Ahmed Djebbar (1987). «Découverte d'un écrit mathématique d'al-Hassar (XII<sup>e</sup> s.): le Livre I du Kamil», *Historia Mathematica*, 14, pp. 147-158.

54 Driss Lamrabet (2014). *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*. Op. Cit., p. 190.

55 Al-Jitali. *Hisab maqayis al-juruh* ('Cálculo de las medidas de las heridas'). Ms. Ghardaia, Bib. Al-Qutb, n.º 844/2, p. 45a.

56 Ahmad Muslih (2006). *Tuhfat al-tullab wa umniyat al-hussab fi sharh ma ashkala min Raf' al-hijab*. Op. Cit., pp. 617, 629, 632.

57 Anónimo. *Risala fi l-hisab* ('Epístola sobre el cálculo'). Ms. Tunis B. N., n.º 9783, f. 97b.

58 Ibn Ghazi (1983). *Bughyat al-tullab fi sharh Muniyat al-hussab* ('El deseo de los estudiantes sobre el comentario del anhelo del calculador'). Edición de Mohamed Souissi. Alepo: Institut d'Histoire des Sciences Arabes, p. 8 (sobre *al-Kamil*); pp. 47, 299-300 (sobre *al-Bayan*).

59 Touhami Zemouli (1993). *Al-'amal ar-riyyadiyya li Ibn al-Yasamin* ('La obra matemática de Ibn al-Yasamin'), *Magister d'Histoire des Mathématiques*. Argel: Ecole Normale Supérieure de Kouba.

los profesores posteriores. El tercer matemático del que nos ha llegado alguna obra es Ibn Mun'im (f. 1228), oriundo de Denia, ciudad que dejó probablemente tras su formación científica para instalarse definitivamente en Marrakech, donde desempeñó tres actividades en paralelo: médico, profesor de matemáticas e investigador. En efecto, su obra incluye, además de los temas clásicos de la ciencia del cálculo, varios capítulos innovadores sobre la teoría de los números y del análisis combinatorio.<sup>60</sup>

De las tres grandes áreas de aplicación de la ciencia del cálculo, es decir: las transacciones comerciales, la contabilidad y el reparto de herencias, fue a esta última a la que se le siguió dedicando una mayor cantidad de tratados durante este periodo. Además de los textos puramente jurídicos, hallamos también manuales técnicos que permitían calcular las partes de los cesionarios en los diversos casos que se les planteaban a los juristas. En este corpus tan variado, dos obras de al-Ándalus destacaron por su riqueza y su originalidad, así como por el éxito que cosecharon entre algunos matemáticos del Magreb. El tratado más clásico es el *Mujtasar fi l-fara'id* ('Compendio sobre las herencias'), de al-Hufi (f. 1192), jurista sevillano. En esta obra, su autor perpetúa la tradición erudita de la ciencia de las herencias, iniciada por al-Juarizmi en la última parte de su libro de álgebra y desarrollada por juristas del siglo X, como Hububi.<sup>61</sup> Efectivamente, para resolver ciertas categorías de problemas relacionados con las donaciones, estos autores acudían a procedimientos matemáticos altamente sofisticados, como el método de la doble posición falsa u otras operaciones algebraicas que la mayoría de los juristas no dominaban. La obra de al-Hufi fue muy comentada hasta el siglo XV, en especial por autores como al-Satti e Ibn Ghazi, en los confines del Magreb, y por Sa'id al-'Uqbani y al-Sanusi en el Magreb central.<sup>62</sup>

Pero el tratado más original fue el de al-Qurashi, autor del que ya hemos hablado por sus contribuciones algebraicas. Desconocemos su título pero sabemos, por los comentarios de Ibn al-Jayyab (siglo XII) y de Ibn Safwan (f. 1362), que para determinar las partes de los cesionarios, este autor expone un método basado en la aritmética de las fracciones mucho más ágil y rápido que el usado por los juristas desde hacía siglos.<sup>63</sup> Sabemos también que este libro circuló por el Magreb y que su metodología fue ampliamente aplicada y enseñada, en especial por Sa'id al-'Uqbani (1408) en su *Sharh Mujtasar al-Hufi* ('Comentario sobre el compendio de al-Hufi'),<sup>64</sup> así como por un comentarista anónimo del *Taljis* de Ibn al-Banna.<sup>65</sup>

60 Ahmed Djebbar (1985). *L'analyse combinatoire au Maghreb: l'exemple d'Ibn Mun'im (XII-XIII siècles)*. Paris: Université Paris-Sud, Publications Mathématiques d'Orsay, n° 85-01.

61 Ezzaïm Laabid (1990). *Arithmétique et Algèbre d'héritage selon l'Islam, deux exemples: Traité d'al-Hububi (x-xi s.) et pratique actuelle au Maroc*. Memoria de maestría. Montreal: Université du Québec, pp. 67-79.

62 Driss Lamrabet (2014). *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*. Op. Cit., p. 93.

63 Ibn al-Jayyab. *Kitab fi l-fara'id* ('Libro sobre las herencias'). Ms. Paris, BnF, n° 7228, p. 74. Ezzaïm Laabid (2011). «Ibn Safwan al-Malaqi (f. 1362) et sa contribution dans la tradition mathématique des héritages», en *Actes du 10<sup>e</sup> colloque maghrébin sur l'Histoire des mathématiques (Tunis, 29-31 mai 2010)*. Túnez: Publications de l'Association Tunisienne des Sciences Mathématiques, pp. 198-210.

64 Véase Moktadir Zerrouki (2000). *Al-Adawat al-riyadiya al-musta'mala fi'ilm al-fara'id min jilal mu'allaf Abi 'Uthman al-'Uqbani* ('Las herramientas matemáticas usadas en la ciencia de las herencias a través de la obra de d'Abu'Uthman al-'Uqbani'). Memoria de Maestría. Argel: Ecole Normale Supérieure, pp. 136-145, 161-171.

65 Anónimo (s.f.). *Sharh al-Taljis*. Op. Cit., f. 48a y 48b.

### El periodo de los cuatro reinos (1276-1492)

Durante los dos últimos siglos de la presencia de autoridades musulmanas en al-Ándalus, las actividades matemáticas y astronómicas árabes prosiguieron en las ciudades aún no conquistadas por las tropas castellanas. Pero su producción fue disminuyendo considerablemente, tanto en cantidad como en calidad, al producirse una ralentización y, finalmente, un cese de la investigación. Esto vino a beneficiar, temporalmente, a los polos científicos más dinámicos del Magreb, especialmente de Ceuta, Fez, Tremecén y Túnez, que atraieron a los hombres de ciencias de al-Ándalus. Ibn Jaldun observó este fenómeno en su momento, que describió en los siguientes términos: «Cuando el viento de la civilización dejó de soplar en el Magreb y en al-Ándalus, y el declive arrastró a las ciencias racionales y estas desaparecieron, a excepción de unos pocos vestigios de algunas personas aisladas, sometidas a la vigilancia de la *sunna*». <sup>66</sup> Y, en otros dos pasajes de su *Muqaddima*, ilustra sus planteamientos con el ejemplo de la teoría de los números y de la medicina, cuya enseñanza había decaído profundamente en las dos regiones del Occidente musulmán. <sup>67</sup>

La cincuentena de expertos en matemáticas de al-Ándalus identificados por los biógrafos se emplearon en los mismos ámbitos que sus contemporáneos del Magreb: el cálculo indio, el reparto de herencias, las técnicas de agrimensura y la resolución de problemas de transacciones por métodos aritméticos o algebraicos. <sup>68</sup> Cabe destacar que los más importantes entre estos matemáticos, Ibn Zakariya' y al-Qalasadi, estudiaron y comentaron el manual magrebí *Taljís* de Ibn al-Banna.

En astronomía, las actividades de los especialistas de este periodo (cuyo número no superaba la decena) se centraron en la determinación del tiempo, la confección de instrumentos y la realización de *zjys* (tablas astronómicas). Los dos autores más productivos en este ámbito vivieron y trabajaron de forma coetánea. El primero fue Ibn al-Raqqam (f. 1315), que centró su actividad en las tablas astronómicas y en la fabricación de instrumental, pero también publicó manuales de iniciación al cálculo y la medición. <sup>69</sup> El segundo fue Ibn Baso (f. 1316), jefe de los *muwaqqit* de la gran mezquita de Granada. <sup>70</sup> Es conocido sobre todo por su concepción y fabricación de dos nuevos instrumentos que circularon primero en el Magreb y luego por Oriente. <sup>71</sup>

La circulación de los hombres de ciencias de al-Ándalus prosiguió durante todo este periodo. Algunos de ellos pasaron temporadas en el Magreb y otros acabaron estableciéndose definitivamente allí. Entre los científicos de Granada, Ibn Safwan se trasladó a Fez para seguir las enseñanzas de Ibn Banna; <sup>72</sup> así como

66 'Abd al-Rahman ibn Jaldun (2002). *Le livre des exemples: Autobiographie, Muqaddima*. Traducción de Abdesselam Cheddadi. París: Gallimard, p. 946.

67 *Ibidem*, pp. 948 y 967.

68 Driss Lamrabet (2014). *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*. Op. Cit., pp. 101-110.

69 Josep Casurellas (2007). «Ibn al-Raqqam», en Thomas Hockey (ed.). *Biographical Encyclopedia of Astronomers*. Op. Cit., pp. 563 y 564.

70 Personas encargadas de determinar las horas de oración.

71 Emilia Calvo (2007). «Ibn Baso», en Thomas Hockey (ed.). *Biographical Encyclopedia of Astronomers*. Op. Cit., pp. 552-553.

72 Driss Lamrabet (2014). *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*. Op. Cit., p. 107.

Ibn Zakariya', que conoció en esta misma ciudad al matemático de Constantina Ibn Qunfudh (f. 1407), antes de visitar igualmente Túnez y tal vez Bugía;<sup>73</sup> al-Majari (f. 1457), que visitó Tremecén y Túnez;<sup>74</sup> al-Qalasadi (f. 1486), que completó su formación matemática en estas dos ciudades, dedicó una época de su vida a la enseñanza y acabó retirándose a Beja, una pequeña ciudad de Ifriqiya, para acabar ahí sus días.<sup>75</sup> Entre los científicos de Murcia, cabe destacar a Ibn Rashiq (f. 1297), que pasó la segunda parte de su vida en Ceuta,<sup>76</sup> y a Ibn al-Raqqam, que residió primero en Túnez y luego en Bugía, antes de viajar a Granada para dar clases, por invitación del sultán, tras lo cual acabó regresando a Túnez.

Como en épocas anteriores, la presencia de científicos andalusíes en ciudades del Magreb pudo facilitar la difusión de sus propias publicaciones, así como de sus antecesores. Fue seguramente el caso de aquellos que, como Ibn al-Raqqam y al-Qalasadi, se instalaron definitivamente en alguna de las ciudades magrebíes ya mencionadas, donde incluso publicaron parte de su obra. Pero fue también el caso de algunos matemáticos que solo estaban de paso, como Ibn Zakariya', que muy probablemente aprovechara su estancia en Fez y en otros lugares para dar a conocer su *Hatt al-niqab*, uno de los comentarios más importantes al *Taljis* de Ibn al-Banna.

#### *El Magreb, relevo de la producción científica de al-Ándalus*

Solo nos falta mencionar un fenómeno poco conocido en el cual determinados focos científicos del Magreb desempeñaron un papel de relevo: nos referimos a la circulación de una parte de la producción matemática y astronómica de al-Ándalus hacia el Oriente musulmán y hacia el África subsahariana. A día de hoy aún no es posible poner fecha a las primeras iniciativas en este sentido, pero es de suponer que, en lo relativo a Oriente, el fenómeno acompañó a los desplazamientos de mercaderes, de peregrinos y de científicos que deseaban perfeccionar su formación bajo la tutela de especialistas de renombre. Una parte de esta difusión siguió de hecho el bien conocido itinerario que, partiendo de Ceuta o Bugía, pasaba por Túnez y terminaba en El Cairo. Otra parte aprovechó los principales ejes de caravanas que comunicaban algunas ciudades del norte magrebí, como Kairuán, Tremecén y Fez, con las grandes confluencias comerciales del Sáhel, como Aoudaghost, en el siglo IX, Gao en el XI y Tombuctú en el XII.

Entre las obras procedentes de al-Ándalus llegadas a Oriente y referidas por los bibliógrafos, o cuyo contenido fue utilizado por matemáticos, destaca el *Libro del perfeccionamiento* de al-Mu'taman, que acompañó a Maimónides (f. 1204) a El Cairo, tras lo cual circuló por Asia central antes de llegar a Maragha;<sup>77</sup> el *Kamil*

73 *Ibidem*, pp. 108 y 109.

74 Al-Majari (1982). *Barnamaj al-Majari* ('La relación del viaje de al-Majari'). Edición de Muhammad Abu l-Ajfan. Beirut: Dar al-Gharb al-islami, pp. 37-39.

75 Al-Qalasadi (1978). *Rihlat al-Qalasadi* ('La relación del viaje de al-Qalasadi'). Edición de Muhammad Abu l-Ajfan. Túnez: al-Sharika al-tunusiya li l-tawzi', pp. 96-123.

76 Driss Lamrabet (2014). *Introduction à l'Histoire des mathématiques maghrébines*. Op. Cit., p. 159, n° 109.

77 Ahmed Djebbar (1997). «La rédaction de l'Istikmal d'al-Mu'taman (XI<sup>e</sup> s.) par Ibn Sartaq un mathématicien des XIII<sup>e</sup>-XIV<sup>e</sup> siècles», *Historia Mathematica*, 24, pp. 185-192.

*fi l-hisab al-hawa'i* ('Libro completo sobre el cálculo mental'), de Ibn al-Samh;<sup>78</sup> la 'Revisión del Almagesto' de Jabir ibn Aflah, que viajó hasta Egipto en el equipaje de Ibn Sham'un al-Sabti (f. 1226);<sup>79</sup> y el 'Libro de demostración y recordatorio de la ciencia de los números de polvo' de al-Hassar, cuya copia más antigua fue realizada en la madrasa Nizhamiya de Bagdad en 1192, es decir, apenas unas décadas después de la muerte de su autor.<sup>80</sup>

En cuanto a tratados escritos en al-Ándalus que tuvieron o siguen teniendo copias en bibliotecas del Sáhel, aún no se ha llevado a cabo un registro completo de los mismos y —a excepción de uno o dos casos— sus contenidos no han sido incluidos en ningún estudio comparativo. Pero la lectura de algunos catálogos ha permitido localizar algunos textos matemáticos y astronómicos publicados entre los siglos X y XV en Córdoba, Sevilla y Granada. Tal es el caso, por poner algunos ejemplos, de las siguientes obras, de las que ha habido copias en la biblioteca de Ahmadu Sheku, en la ciudad de Segú (Mali): *La epístola sobre la medición* de Ibn 'Abdun (siglo X), *El levantamiento del velo* de Ibn Zakariya' (siglo XIV), *El desvelo de los secretos de la ciencia de los números de polvo* de al-Qalasi (siglo XV) y el *Compendio sobre las herencias* de al-Hufi, a través del comentario de al-'Uqbani.<sup>81</sup>

## BIOGRAFÍA DEL AUTOR

Ahmed Djebbar es profesor emérito e investigador de la Universidad de Ciencias y Tecnología de Lille (Francia) en matemáticas, historia general de las matemáticas e historia de las matemáticas árabes. Su ámbito de investigación es la historia de las matemáticas del Occidente musulmán (al-Ándalus, el Magreb y África subsahariana).

## TRADUCCIÓN

AEIOU — Traductores (Francés).

## RESUMEN

Este artículo expone los aspectos esenciales de las actividades matemáticas árabes en al-Ándalus y en el Magreb, entre mediados del siglo VIII y finales del XV. Dichas actividades comprendieron tanto «prácticas eruditas» (geometría, ciencia del cálculo, algebra, teoría de los números), como sus aplicaciones (en astronomía, en problemas relacionados con las transacciones, en la ciencia de las herencias y en las prácticas de medición y delimitación). Al mismo tiempo, el artículo aborda también la cuestión de los intercambios que tuvieron lugar entre los entornos científicos de estas dos regiones: movilidad de los hombres de ciencias y circulación de

78 Véase Ibn al-Akfani (1998). *Irshad al-qasid ila asna al-maqasid* ('Guía para que el investigador alcance los fines más elevados'). Edición de Mahmud Fajuri, Muhammad Kamal y Husayn Al-Saddiq. Beirut: Maktabat Lubnan Nashirun, p. 84.

79 *Ibidem*, p. 79; Ibn al-Qifti (1903). *Ta'rij al-hukama'* ('Historia de los sabios'), Edición de J. Lippert. Leipzig: Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung, p. 393.

80 Paul Kunitzsch (2002-2003). «A New Manuscript of Abu Bakr al-Hassar's Kitab al-bayan», *Suhayl*, 3, pp. 187-192.

81 Ahmed Djebbar y Marc Moyon (2011). *Les sciences arabes en Afrique, Mathématiques et Astronomie (IX<sup>e</sup>-XIX<sup>e</sup> siècles)*. Paris: Grandvaux, pp. 113, 120, 125-126, 131-132.

los saberes producidos en una u otra región. El estudio termina con una rápida descripción del papel desempeñado por el Magreb en la difusión de una parte de la producción matemática andalusí hacia Oriente y África subsahariana.

#### PALABRAS CLAVE

Al-Ándalus, Magreb, matemáticas, circulación e intercambio de saberes.

#### ABSTRACT

This article expounds the essential aspects of Arab mathematical activities in Al-Andalus and the Maghreb from the mid-eighth to late fifteenth centuries. These activities included both «erudite practices» (geometry, calculus, algebra, number theory) and their practical applications (in astronomy, problems related with transactions, the science of inheritance, and the practices of measurement and surveying). At the same time, the article deals with the topic of the knowledge sharing which took place between the scientific circles in these two regions: the movement by men of the sciences and the circulation of knowledge produced in each of the two regions. The study ends with a brief description of the role played by the Maghreb region in spreading a part of the Moorish mathematical work produced towards the Middle East and Sub-Saharan Africa.

#### KEYWORDS

Al-Andalus, Maghreb, mathematics, knowledge circulation and sharing.

#### الملخص

تتطرق هذه الدراسة للجوانب الأساسية الخاصة بأنشطة الرياضيات العربية في الأندلس والمغرب الكبير، في المرحلة الممتدة بين منتصف القرن الثامن ونهاية القرن الخامس عشر. وقد تضمنت هذه الأنشطة كل من «الممارسات العلمية» (الهندسة، علم الحساب، علم الجبر و نظرية الأعداد)، وتطبيقاتها (في علم الفلك، المشاكل المتعلقة بالمعاملات، علم الميراث، وممارسات القياس و رسم معالم الحدود). وفي الوقت نفسه، تتناول الدراسة أيضًا مسألة التبادلات التي جرت بين الحقول العلمية في هاتين المنطقتين عبر تنقل رجال العلم وتداول المعارف المنتجة في منطقة أو أخرى. و تختتم الدراسة بوصف سريع للدور الذي لعبه المغرب الكبير في نشر جزء من إنتاج علم الرياضيات الأندلسي في الشرق وفي إفريقيا جنوب الصحراء.

#### الكلمات المفتاحية

الأندلس، المغرب الكبير، الرياضيات، التداول، التبادل.